

CENTRO UNIVERSITÁRIO DA FEI

ROBERTO CANONICO

**Projeto do sistema de controle de uma turbina hidráulica  
por meio de otimização numérica**

São Bernardo do Campo

2014

ROBERTO CANONICO

**Projeto do sistema de controle de uma turbina hidráulica  
por meio de otimização numérica**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Centro  
Universitário da FEI para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia Mecânica, orientada pelo  
Prof. Dr. Fabrizio Leonardi.

São Bernardo do Campo

2014

CANONICO, Roberto

Projeto do sistema de controle de uma turbina hidráulica por meio de otimização numérica / Roberto Canonico. São Bernardo do Campo, 2014.

153 f. : il.

Dissertação - Centro Universitário da FEI.

Orientador: Prof. Dr. Fabrizio Leonardi.

1. Otimização numérica. 2. Colocação direta. 3. Controle de turbinas hidrelétricas. I. Leonardi, Fabrizio, orient. II. Título.

CDU 62-1/-9



Centro Universitário da **FEI**

## APRESENTAÇÃO DE DISSERTAÇÃO ATA DA BANCA JULGADORA

PGM-10

### Programa de Mestrado de Engenharia Mecânica

**Aluno:** Roberto Canonico

**Matrícula:** 211306-6

**Título do Trabalho:** Projeto do sistema de controle de uma turbina hidráulica por meio de otimização numérica.

**Área de Concentração:** Sistemas da Mobilidade

**ORIGINAL ASSINADA**

**Orientador:** Prof. Dr. Fabrizio Leonardi

**Data da realização da defesa:** 10/11/2014

A Banca Julgadora abaixo-assinada atribuiu ao aluno o seguinte:

APROVADO

REPROVADO

São Bernardo do Campo, 10 de Novembro de 2014.

#### MEMBROS DA BANCA JULGADORA

Prof. Dr. Fabrizio Leonardi

Ass.: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Fabio Delatore

Ass.: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. José Augusto Lopes

Ass.: \_\_\_\_\_

#### **VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO**

**ENDOSSO DO ORIENTADOR APÓS A INCLUSÃO DAS  
RECOMENDAÇÕES DA BANCA EXAMINADORA**

\_\_\_\_\_

Aprovação do Coordenador do Programa de Pós-graduação

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

A Deus, aos meus pais, a minha esposa  
e a minha filha.

## AGRADECIMENTOS

Ao professor Fabrizio Leonardi, amigo e orientador, grande incentivador desse trabalho.

Aos professores Agenor de Toledo Fleury, Marko Ackermann e Cyro Albuquerque Neto, pelo apoio e importantes contribuições.

À minha família, que me deu o suporte necessário à realização dessa meta em minha vida.

*É surpreendente como mudamos nossas vidas, por força das descobertas e das realizações. Foi como se tivéssemos sido tocados por uma mão divina que, nos concedendo um dom diferenciado, a inteligência, ampliou nossas possibilidades e habilidades, tornando-nos capazes de grandes realizações manipulando conhecimento e realizando o que não imaginávamos.*

*Ozires Silva*

## RESUMO

Este trabalho propõe o uso de otimização numérica baseada na técnica de Colocação Direta como método para o projeto do sistema de controle para turbinas hidrelétricas. O projeto do controlador para esse tipo de aplicação envolve restrições físicas e operacionais. As técnicas usuais de projeto de controladores normalmente não permitem incorporar restrições explicitamente na formulação do problema e lidam com elas apenas indiretamente acarretando reprojeto. Com o uso de otimização é possível formular o problema de projeto do controlador que leva explicitamente em consideração as restrições e até questões como as dos erros de modelagem, ou seja, de robustez. A técnica Shooting de otimização, fundamentada na integração das equações diferenciais do modelo é uma das formas possíveis de se resolver esses tipos de problemas, porém pode apresentar dificuldades de convergência devido a sua típica sensibilidade às estimativas iniciais dos parâmetros. Este trabalho analisa a técnica de Colocação Direta como alternativa ao projeto, baseado em otimização onde a dinâmica é discretizada e incluída como restrição do problema de otimização fazendo com que os erros devidos a qualidade da estimativa inicial sejam diluídos ao longo dos nós de discretização, normalmente implicando em menores problemas de convergência. Embora o método possa ser facilmente estendido ao caso não linear, para o projeto utiliza-se um modelo linear de desvios sugerido na literatura para a configuração de uma única unidade geradora, conectada a um sistema isolado. Por ser usual nas aplicações práticas, o controlador utilizado é o PID, embora o método proposto possa ser facilmente estendido a outros controladores. Considera-se como restrições os limites de excursão do atuador, a máxima velocidade do atuador e outros limites operacionais como a máxima amplitude de resposta inversa da potência mecânica numa manobra de mudança do ponto de operação. O problema de robustez foi considerado para o caso de incertezas paramétricas do modelo. Os resultados numéricos obtidos sugerem que a técnica de Colocação Direta é bastante adequada ao projeto do sistema de controle de turbinas hidrelétricas enquanto que a técnica Shooting mostrou-se bastante sensível às estimativas iniciais apresentando problemas de convergência.

**Palavras Chave:** Otimização Numérica. Colocação Direta. Controle de Turbinas Hidrelétricas.



## ABSTRACT

This work proposes the use of numerical optimization technique based on Direct Transcription as a method for the design of the control system for hydroelectric turbines. The controller design for this type of application involves physical and operational constraints. The usual techniques of control design typically do not allow explicitly incorporate constraints in the formulation of the problem and deal with them only indirectly resulting redesign. With the use of optimization is possible to formulate the problem of the controller design that explicitly takes into account the constraints to issues such as the modeling errors, or robustness. The Shooting optimization technique, based on the integration of differential equations of the model is one of the possible ways to solve these kinds of problems, but may have convergence difficulties due to its typical sensitivity to initial estimates of the parameters. This paper examines the technique of Direct Transcription as an alternative to project-based optimization where the dynamics are discretized and included as a constraint of the optimization problem causing the errors due to the quality of the initial estimate are diluted over the discretization nodes, usually implying smaller convergence problems. Although the method can be easily extended to the nonlinear case, for design utilizes a linear deviation model suggested in the literature for the configuration of a single generator unit, connected to an isolated system. Because it is usual in practical applications, the PID controller is used, although the proposed method can be easily extended to other controllers. It is considered as constraints limits excursion of the actuator, the maximum speed of the actuator and other operating limits as the maximum response amplitude inverse of mechanical power in a change of operating point maneuver. The problem of robustness was found for the case of parametric uncertainties of the model. The numerical results suggest that the technique of Direct Placement is well suited to the control of hydroelectric turbine system design while Shooting technique proved to be very sensitive to initial estimates showing convergence problems.

**Keywords:** Numerical Optimization. Direct Transcription. Hydraulic Turbines Governors.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	Planta típica de uma usina hidrelétrica	30
FIGURA 2	Turbina do tipo Pelton	33
FIGURA 3	Turbina do tipo Kaplan	34
FIGURA 4	Turbina do tipo Bulbo	34
FIGURA 5	Turbina do tipo Francis	35
FIGURA 6	Detalhes construtivos de um distribuidor	36
FIGURA 7	Acionamento do distribuidor	37
FIGURA 8	Regulador mecânico-hidráulico	39
FIGURA 9	Diagrama de controle de uma planta hidrelétrica	41
FIGURA 10	Controle isócrono de velocidade	42
FIGURA 11	Controle de carga com estatismo	43
FIGURA 12	Diagrama de controle simplificado controle de velocidade da turbina hidráulica	44
FIGURA 13	Representação simplificada do posicionador do distribuidor - em repouso	46
FIGURA 14	Representação simplificada do posicionador do distribuidor - movendo-se à esquerda	46
FIGURA 15	Representação simplificada do posicionador do distribuidor - movendo-se à direita	47
FIGURA 16	Representação simplificada do posicionador do distribuidor - detalhe zona morta	48
FIGURA 17	Diagrama de blocos do modelo completo do posicionador do distribuidor	48
FIGURA 18	Diagrama de blocos do modelo simplificado do posicionador do distribuidor	49
FIGURA 19	Desenho de uma usina hidrelétrica com turbina do tipo Francis	50
FIGURA 20	Diagrama de blocos do modelo não linear da turbina e conduto forçado	55
FIGURA 21	Respostas em degrau (10%) dos modelos não linear e ideal	58
FIGURA 22	Diagrama de blocos do modelo linearizado da turbina e conduto forçado	59
FIGURA 23	Diagrama de Bode para aproximação finita com $n=0$	63
FIGURA 24	Diagrama de Bode para aproximação finita com $n=1$	65
FIGURA 25	Diagrama de Bode para aproximação finita com $n=2$	67

FIGURA 26	Diagrama de blocos da função de transferência do gerador à partir da variação do torque	73
FIGURA 27	Diagrama de blocos da função de transferência do gerador à partir da variação da potência	75
FIGURA 28	Modelo do regulador hidráulico-mecânico	76
FIGURA 29	Diagrama de blocos do controlador com ganho transitório	79
FIGURA 30	Diagrama de blocos do controlador PID - modo isócrono	79
FIGURA 31	Diagrama de blocos do controlador PID - modo estatismo	80
FIGURA 32	Modelo consolidado	81
FIGURA 33	Resposta em degrau unitário do modelo consolidado	81
FIGURA 34	Modelo consolidado em malha fechada com controlador PID	82
FIGURA 35	Diagrama de blocos do ex. simpl. do método de colocação direta	85
FIGURA 36	Fluxograma do ex. simplificado do método de colocação direta	86
FIGURA 37	Curva do exemplo simplificado do método de colocação direta	87
FIGURA 38	Diagrama de blocos do sistema de controle	96
FIGURA 39	Diagrama de blocos do controlador PID	97
FIGURA 40	Diagrama de blocos do atuador hidráulico	98
FIGURA 41	Diagrama de blocos da turbina	99
FIGURA 42	Diagrama de blocos do gerador	99
FIGURA 43	Diagrama de blocos com o modelo de referência N1 (s)	104
FIGURA 44	Diagrama de blocos com o modelo de referência N2 (s)	105
FIGURA 45	Diagrama de blocos do problema de controle ótimo robusto	108
FIGURA 46	Resposta temporal com PID ótimo	113
FIGURA 47	Resposta temporal com PI sub-ótimo x PID ótimo	115
FIGURA 48	Resposta temporal com PI ótimo x PID ótimo	117
FIGURA 49	Resposta temporal associada ao J original x J modificado	119
FIGURA 50	Resposta temporal para uma velocidade superior ao atuador	121
FIGURA 51	Resposta temporal para uma menor abertura limite do distribuidor	123
FIGURA 52	Resposta temporal para uma resposta inversa limitada	125
FIGURA 53	Resposta temporal para uma trajetória de referência	127
FIGURA 54	Resposta temporal para uma traj. de ref. para rejeição de perturbação	129
FIGURA 55	Diagrama de Bode robusto x original	131
FIGURA 56	Resposta temporal do PID robusto	133

## LISTA DE ABREVIATURAS

$A$	Área da seção transversal do Conduto Forçado
$A_t$	Constante de ganho da Turbina
$a$	Velocidade da onda do Golpe de Ariete (celeridade)
$a_g$	Aceleração da gravidade
$a_{11}$	Coefficiente da variação da Vazão em função da Queda $\left(\frac{\partial Q}{\partial H}\right)$
$a_{12}$	Coefficiente da variação da Vazão em função da Rotação $\left(\frac{\partial Q}{\partial \omega}\right)$
$a_{13}$	Coefficiente da variação da Vazão em função da Abertura $\left(\frac{\partial Q}{\partial G}\right)$
$a_{21}$	Coefficiente da variação da Potência em função da Queda $\left(\frac{\partial P_m}{\partial H}\right)$
$a_{22}$	Coefficiente da variação da Potência em função da Rotação $\left(\frac{\partial P_m}{\partial \omega}\right)$
$a_{23}$	Coefficiente da variação da Potência em função da Abertura $\left(\frac{\partial P_m}{\partial G}\right)$
$GD^2$	Momento de inércia do Gerador
$G$	Abertura relativa do distribuidor
$\bar{G}$	Abertura relativa normalizada do distribuidor
$g$	Abertura absoluta do distribuidor
$\bar{g}$	Abertura absoluta normalizada do distribuidor
$g_{NL}$	Abertura absoluta do distribuidor em rotação nominal sem carga
$g_{FL}$	Abertura absoluta do distr. em rotação nominal a plena carga
$H$	Queda líquida
$\bar{H}$	Queda líquida normalizada
$H_f$	Perda de carga nos circuitos hidráulicos
$H_s$	Queda na saída da turbina
$H_u$	Queda bruta
$H_0$	Queda líquida estabilizada em regime permanente
$\bar{H}_0$	Queda líquida normalizada em regime permanente
$H_r$	Queda líquida nominal
$\bar{H}_r$	Queda líquida nominal normalizada
$I$	Constante de inércia do rotor

$J$	Função de Custo
$K$	Constante de proporcionalidade
$K_a$	Ganho da válvula proporcional do atuador hidráulico
$k_d$	Ganho Derivativo
$K_D$	Coefficiente de auto regulação da carga
$k_i$	Ganho Integral
$k_p$	Ganho Proporcional
$k_S$	Ganho do Servomotor
$L$	Comprimento do Conduto Forçado
$M_a$	Torque de aceleração
$\bar{M}_a$	Torque de aceleração normalizado
$M_e$	Torque elétrico
$\bar{M}_e$	Torque elétrico normalizado
$M_m$	Torque mecânico
$\bar{M}_m$	Torque mecânico normalizado
$p$	Pressão
$P_e$	Potência elétrica
$\bar{P}_e$	Potência elétrica normalizada
$P_m$	Potência mecânica
$\bar{P}_m$	Potência mecânica normalizada
$Q$	Vazão da água
$\bar{Q}$	Vazão da água normalizada
$Q_{NL}$	Vazão da água em rotação nominal sem carga
$Q_{FL}$	Vazão da água em rotação nominal a plena carga
$Q_r$	Vazão da água nominal
$\bar{Q}_r$	Vazão da água nominal normalizada
$Q_0$	Vazão da água em regime permanente
$\bar{Q}_0$	Vazão da água em regime permanente normalizada
$r$	Raio do conduto forçado
$R_p$	Ganho de inclinação permanente
$R_T$	Ganho de inclinação transitória
$s$	Operador Laplace
$S$	Potência aparente

$S_r$	Potência aparente nominal
$\bar{S}_r$	Potência aparente nominal normalizada
$U$	Velocidade da água no conduto forçado
$\bar{U}$	Velocidade da água normalizada no conduto forçado
$U_{NL}$	Velocidade da água em rotação nominal sem carga no Conduto Forçado
$U_{FL}$	Velocidade da água em rotação nominal a plena carga no Conduto Forçado
$U_r$	Velocidade da água nominal no Conduto Forçado
$\bar{U}_r$	Velocidade da água nominal normalizada no Conduto Forçado
$U_0$	Velocidade da água em regime permanente no Conduto Forçado
$\bar{U}_0$	Velocidade da água em regime permanente normalizada no Conduto Forçado
$t$	Tempo
$T$	Período
$T_d$	Constante de tempo derivativo
$T_e$	Constante de tempo da elasticidade da água
$T_g$	Constante de tempo de resposta do servomotor
$T_G$	Constante de tempo do Atuador Hidráulico
$T_M$	Constante de tempo de inércia do Rotor
$T_R$	Constante de tempo de ajuste da válvula agulha
$T_s$	Constante de tempo de enchimento do tanque de compensação
$T_v$	Constante de tempo da válvula proporcional do at. hidráulico
$T_w$	Constante de tempo de partida da água
$T_y$	Constante de tempo do servomotor do distribuidor
$u$	Ação de controle
$V$	Velocidade
$x$	Deslocamento linear no eixo de referência x
$W$	Momento de inércia do rotor
$y$	Deslocamento linear no eixo de referência y
$z$	Deslocamento linear no eixo de referência z
$Z_p$	Impedância do conduto forçado
$\Delta$	Prefixo para pequenas variações de uma grandeza
$\delta$	Ângulo de carga
$\delta_0$	Ângulo de carga no instante inicial
$\gamma$	Peso volumétrico

$\rho$	Densidade da água
$\eta$	Rendimento da Turbina
$\omega$	Velocidade de rotação do rotor
$\bar{\omega}$	Velocidade de rotação normalizada do rotor
$\omega_r$	Velocidade de rotação nominal do rotor

## SUMÁRIO

1	Introdução.....	18
1.1	Motivação.....	18
1.2	Estrutura do trabalho.....	19
1.3	Histórico.....	20
1.4	Estado da arte.....	23
1.5	Este trabalho no contexto do estado da arte.....	29
2	A planta de uma usina hidrelétrica.....	30
2.1	Reservatório.....	31
2.2	Túnel de adução.....	31
2.3	Tanque de compensação.....	31
2.4	Conduto forçado.....	32
2.5	Conjunto turbina.....	32
2.5.1	Distribuidor.....	36
2.5.2	Regulador de velocidade.....	38
2.6	Gerador.....	40
2.7	Subestação.....	40
2.8	Funcionamento de uma usina hidrelétrica.....	40
2.9	Regulação de uma unidade geradora.....	42
3	Modelo dinâmico.....	44
3.1	Atuador.....	45
3.1.1	Atuador de dois estágios.....	45
3.1.2	Atuador simples.....	49
3.2	Turbina.....	50
3.2.1	Linearização do modelo da turbina.....	56
3.2.2	Modelo não ideal linearizado da turbina.....	58
3.2.3	Modelo não ideal linearizado elástico da turbina.....	61
3.3	Gerador.....	68
3.4	Controlador.....	76
3.4.1	Regulador mecânico-hidráulico.....	76
3.4.2	Regulador eletro-hidráulico.....	78
3.5	Modelo consolidado.....	81
4.	Fundamentação teórica.....	83



4.1	Princípios fundamentais do método da colocação direta.....	88
4.2	Dinâmica do sistema.....	88
4.3	O problema de controle ótimo.....	89
4.4	Função geradora.....	91
4.5	Método de shooting.....	92
4.6	Ferramentas disponibilizadas.....	93
4.6.1	Pacote Optimization Toolbox - MATLAB.....	93
4.6.2	SOL/UCSD.....	93
4.6.3	DIRCOL.....	94
4.6.4	KNITRO.....	94
4.6.5	SOCS.....	94
4.6.6	TOMLAB.....	95
5.	Metodologia.....	96
5.1	Equações diferenciais.....	97
5.2	Formulação do problema de controle ótimo.....	100
5.2.1	Projeto I.....	100
5.2.2	Projeto II.....	102
5.2.3	Projeto III.....	102
5.2.4	Projeto IV.....	102
5.2.5	Projeto V.....	102
5.2.6	Projeto VI.....	103
5.2.7	Projeto VII.....	103
5.2.8	Projeto VIII.....	103
5.2.9	Projeto IX.....	104
5.2.10	Projeto X.....	105
5.2.11	Projeto Shooting.....	108
6	Resultados Numéricos.....	110
6.1	Projeto I.....	110
6.2	Projeto II.....	115
6.3	Projeto III.....	116
6.4	Projeto IV.....	118
6.5	Projeto V.....	120
6.6	Projeto VI.....	122
6.7	Projeto VII.....	124
6.8	Projeto VIII.....	126
6.9	Projeto IX.....	128
6.10	Projeto X.....	130
6.11	Projeto shooting.....	134

7	Conclusões.....	137
8	Referências.....	139
	Apendice 1.....	143

## 1 INTRODUÇÃO

A energia potencial mecânica da água é um recurso muito antigo usado pelo homem para serviços e usos produtivos. Ela foi usada pelos gregos, a mais de 2.000 anos atrás, para transformar rodas de água em moinhos de trigo.

Durante os séculos XVIII e XIX, o desenvolvimento de turbina d'água foi se aprimorando. A primeira usina hidrelétrica foi construída em Cragside, Rothbury, Inglaterra, em 1870. Em 1881, a usina de Niagara Falls, em New York, foi a primeira Usina Hidrelétrica a gerar em corrente alternada, devido à tecnologia desenvolvida por Nikola Tesla e construída por George Westinghouse, tornando-se padrão desde então.

A Energia Hidrelétrica hoje representa 17% da energia total gerada no mundo e 83% da energia gerada no Brasil, onde seu potencial de crescimento futuro é estimado na ordem de pelo menos 50% , conforme ANEEL (2005).

### 1.1 Motivação

As Usinas Hidrelétricas são formas limpas de geração de energia. Melhorar sua qualidade, conseqüentemente, é aumentar sua capacidade de geração, e contribuir para que menos gases resultantes de combustíveis fósseis sejam despejados no meio ambiente, pelas Usinas Termelétricas.

Nos últimos cem anos, a evolução dos projetos construtivos mecânicos e elétricos das plantas hidrelétricas alcançaram significativa excelência. Em relação ao controle, apesar da complexidade dos modelos dinâmicos, atualmente dispõe-se de poderosos recursos computacionais e uma grande gama de estratégias de controle disponíveis, o que mostra que ainda há muita pesquisa a ser feita nesse campo.

O aprimoramento do controle proporciona, diretamente, um melhor rendimento da planta, resultando no aumento de geração, qualidade da energia fornecida e preservação das instalações, com pequenos custos aplicados.

Esse trabalho propõe uma solução alternativa para a solução de um problema de controle presente em muitas instalações de usinas hidrelétricas; a otimização dos parâmetros do controlador PID, baseada numa estratégia de controle denominada Colocação Direta. O objetivo é implementar essa estratégia aproveitando recursos presentes nas instalações existentes, por serem fornecimentos comuns aos mais diversos fabricantes, tanto em instalações novas como em instalações em funcionamento a algum tempo.

## 1.2 Estrutura do trabalho

Este trabalho está estruturado conforme os itens abaixo:

- a) Descrição, de forma ampla, das diversas partes que compõem uma planta hidrelétrica, apresentando as diferenças e características específicas de cada uma;
- b) Escolha da configuração de uma planta hidrelétrica que seja mais representativa dentre as existentes, sendo mais comumente utilizada;
- c) Apresentação de um modelo dinâmico, correspondente à configuração escolhida, dividindo-o em quatro partes, e detalhando cada uma delas, com as possíveis variações;
- d) Fundamentação teórica da estratégia de controle escolhida, a Colocação Direta, justificando-a como conveniente para essa aplicação;
- e) Proposição de uma metodologia para a aplicação de dez projetos exemplo, conforme fundamentado teoricamente, com a finalidade de apresentar as possibilidades de aplicação da técnica escolhida;
- f) Análise dos resultados numéricos obtidos nas simulações do projeto propostos;
- g) Comparação entre o método proposto e o método do Shooting, utilizando a ferramenta FMINCON do MATLAB;
- h) Conclusão do trabalho, e sugestão para trabalhos futuros.

### 1.3 Histórico

A grande maioria das usinas hidrelétricas existentes utilizam turbinas do tipo Francis, e dentre essas, a grande maioria utiliza reguladores de velocidade equipados com controladores eletro-hidráulicos, que processam algoritmos do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Nos últimos anos novas técnicas têm sido pesquisadas para o aprimoramento da regulação da velocidade e potência das turbinas hidrelétricas, mesmo assim, uma grande parte dessas técnicas é desenvolvida sobre a estrutura de um controlador PID, devido a vantagens de seu emprego, como versatilidade e baixo custo. Esta revisão bibliográfica procura enfatizar o desenvolvimento dessas técnicas e situar o objeto desse trabalho nesse contexto.

Os primeiros estudos na área de otimização de parâmetros de controle para reguladores de velocidade de turbinas hidráulicas foram de H.M. Paynter, em 1955, e Hovey (1962). Ambos desenvolveram trabalhos nos reguladores utilizados na época, que eram os reguladores mecânico-hidráulicos. Paynter estudou o desempenho de um regulador simples com o auxílio de um computador analógico. Hovey (1962) aprofundou os estudos, concentrando-se na estabilidade do modelo matemático descrito por Paynter, porém ambos os autores desprezaram o ganho de inclinação permanente (permanent droop) e a constante de amortecimento do gerador.

Leum (1966) desenvolveu uma pesquisa, utilizando circuitos transistorizados, recém-desenvolvidos pelos laboratórios da Woodward Governor Company, com a finalidade de substituir o controle mecânico dos reguladores mecânicos-hidráulicos, que eram sujeitos a desgastes, tempos mortos e ajustes imprecisos. No ano seguinte, Undrill e Woodward (1967) publicaram um estudo completo apresentando uma técnica de sintonia de parâmetros de controle, baseado no trabalho de Hovey (1962), implantada num regulador eletro-hidráulico consolidado, utilizando o modelo de controle originário dos controladores mecânico-hidráulicos, com os parâmetros denominados de inclinação temporária ( $R_T$  – Temporary Droop) e tempo de amortecimento ( $T_p$  - Reset time), criou os coeficientes  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , como funções da constante de inércia de partida da água ( $T_w$ ) e da constante de tempo de partida mecânica ( $T_M$ ).

Chaudhry (1970) aprofundou os estudos de Hovey (1962), incluindo a inclinação permanente e a constante de torque de amortecimento e inércia da massa do rotor, e a exemplo de seus antecessores utilizou o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz, para

analisar a região de estabilidade para o funcionamento da turbina. Seus resultados formularam a base para o projeto do regulador eletro-hidráulico.

Com a evolução do regulador eletro-hidráulico, o modelo de controle denominado “*Transient droop*”, que era a combinação dos parâmetros inclinação permanente ( $R_P$  – *Permanent droop*), inclinação temporária ( $R_T$  – *Temporary droop*) e tempo de amortecimento ( $T_P$  - *Reset time*), foi substituído pelo controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID).

Hagihara et. al (1979) utilizando o método do lugar das raízes estudou os efeitos do ganho derivativo num modelo linear ideal e adaptando o método de Hovey (1962) e Chaudhry (1970) para controladores do tipo PID, utilizando quatro coeficientes ( $\lambda_1... \lambda_4$ ) a partir dos parâmetros da planta, e com os quais compôs a função de transferência no domínio da frequência. Nessa função de transferência, aplicou o critério de Routh-Hurwitz de estabilidade, e deduziu equações para o cálculo dos parâmetros de controle  $k_p, k_i$  e  $k_d$ , em função das constantes de partida da inércia da água ( $T_w$ ) e a constante de tempo de partida mecânica ( $T_M$ ). Esses cálculos são utilizados amplamente ainda nos dias de hoje para a sintonia dos controladores e têm servido de base como ponto de partida para outros processos sintonia. Este estudo, no entanto, foi baseado num um modelo muito simplificado, desprezando um detalhamento melhor do atuador do distribuidor. Phi et al. (1981) efetuaram uma análise mais ampla de limites e estabilidade, a partir de um modelo mais detalhado de turbina-gerador. O estudo inclui a estabilidade da unidade geradora em função da unidade de regulação de velocidade em regime permanente, considerando novos parâmetros, tais como, atrasos de dispositivos hidráulicos, tempos mortos, etc. Os resultados foram úteis no ajuste de parâmetros do regulador e para explicar o fenômeno da oscilação de frequência instável observada em fenômenos até então não explicados. Os ganhos de controle foram otimizados para melhor ponto de eficiência, o que resultou em resposta transitória satisfatória para a operação em outros pontos.

No início da década de 90, já havia o predomínio de aplicações de controladores PID em reguladores de velocidade de turbinas hidráulicas. Wozniak (1990) baseou seu trabalho na hipótese de que alguns parâmetros do sistema não são previamente conhecidos. Desenvolveu então um método gráfico para prever os ganhos proporcional e integral ótimos num controlador Proporcional e Integral (PI). Sua técnica foi desenvolvida à partir de quatro parâmetros; da constante de inércia de partida da água ( $T_w$ ), a constante de tempo de partida mecânica ( $T_M$ ), a constante de auto-regulação da carga ( $K_D$ ) e o tempo de subida do sistema. A análise baseia-se no projeto de cancelamento de polo com um amortecimento de 0,707 para

a resposta do sistema em malha fechada.

Com a evolução das pesquisas, percebeu-se que um regulador digital programável tinha um potencial muito maior do que até então havia sido explorado, e, portanto, não deveria ficar limitado a estas restrições de operação. Uma das possibilidades seria a exploração de ganhos variáveis.

Lansberry e Wozniak (1992) investigaram um algoritmo genético (GA) como um meio possível de forma adaptativa de otimização dos ganhos de um controlador do tipo PI (proporcional e integral). Mostraram que o algoritmo genético pode efetivamente acompanhar as alterações na constante de tempo de partida da água da turbina ( $T_w$ ), como também as mudanças de carga, produzindo parâmetros de controle em um ambiente adaptativo. O GA foi então modelado após a observação dos processos naturais (embora de uma forma muito rudimentar). A técnica básica do algoritmo genético utiliza três operadores genéticos: reprodução, cruzamento e mutação. Embora existam inúmeras variações e extensões do GA básico, esses três operadores constituem a base de qualquer GA. O operador de reprodução é baseado em noção darwiniana de sobrevivência do mais apto. A implementação adotada, foi a seleção proporcional do mais apto, pressupondo que cada corda (um indivíduo) tem um valor adaptativo associado (um número não negativo). O GA então, gera novas populações reproduzindo, através de cópias de cordas, à partir de probabilidades ponderadas na proporção da sua aptidão. Assim, uma sequência maior de ajuste tem maior probabilidade de sobreviver, de geração em geração. Cordas recém-produzidas sofrem *Crossover* (cruzamento, ou permutação cruzada), que opera por meio de cruzamentos ao acaso, com duas cordas trocando os bits em posições determinadas aleatoriamente. O cruzamento fornece os meios pelos quais uma informação valiosa é compartilhada entre a população. O terceiro operador é a mutação. A mutação é simplesmente uma alteração aleatória do valor de uma posição da cadeia (ou seja, um bit em uma cadeia). A probabilidade de mutação, normalmente é pequena (1 em 1000), ela é usada como um seguro contra a perda irreparável de informações valiosas através das operações de reprodução e crossover. Devido à reduzida probabilidade de ocorrência, a mutação é considerada um mecanismo secundário, reprodução e cruzamento são, portanto, os mecanismos primários de GA. Foram feitos dois tipos de simulação, a simulação digital e a simulação analógica. Na primeira foram utilizados computadores que processaram códigos na linguagem PASCAL, processando em ciclos de 100 ms, as equações diferenciais discretizadas e uma função objetivo, num período total de 40 segundos. Na segunda foi utilizado um computador analógico, com tempo de ciclo de 0.2 ms, significativamente mais rápido do que a anterior. Foram utilizadas 40 cadeias de 16 bits, o parâmetro  $k_p$  era composto por 8 bits,

variando de 0 a 1.0 e o parâmetro  $k_i$ , também de 8 bits, variando de 0 a 0.3. O GA foi processado para 20 gerações, a probabilidade de ocorrer permutações (crossover) foi de 0.6 e a probabilidade de ocorrer mutação foi de 0.025.

Orelind et al. (1989) desenvolveram e testaram um regulador digital do tipo PID, de ganhos escalonados para hidrogeradores. Foram encontrados conjuntos de ganhos ótimos diferentes para cada ponto de carga através do critério de minimização quadrática do índice de desempenho. Durante a operação, os ajustes dos ganhos são comutados dependendo da posição de abertura do distribuidor e da amplitude do erro da velocidade. Com essa flexibilidade, o regulador mostrou-se com substancial redução de ruído e com respostas até 42% mais rápidas do que dos controladores convencionais.

Numa outra vertente de pesquisa, Poulin e Pomerleau (1997) apresentaram um método único para a concepção de controladores PID, com base nos contornos da carta Nichols. O método baseia a sintonia nos contornos do gráfico Nichols, e a especificação é dada em termos de pico máximo de ressonância do sistema em malha fechada. Os parâmetros do controlador são ajustados de tal modo que a função de transferência em malha aberta siga o contorno correspondente ao valor desejado, chamado de constante M do círculo. Esta abordagem tem propriedades interessantes, pois dá a possibilidade de tratar, simultaneamente, o valor máximo do pico, as margens de fase e de amplitude mínima e a largura de banda em malha fechada. O método é geral e pode ser aplicado a quase todos os tipos de processos, fornecendo informações importantes sobre a estabilidade do sistema e dá a possibilidade de antecipar as seu desempenho em malha fechada. Por esta razão, esta abordagem também pode ser utilizada como um instrumento de análise.



#### 1.4 Estado da Arte

Os trabalhos pesquisados nesse campo, nos últimos anos, estão voltados para o uso das técnicas de robustez, de estruturas variáveis, ou adaptativas, e de otimização. Alguns estudos combinam mais de uma dessas técnicas. As abordagens desses trabalhos são baseadas em modelos matemáticos ou, alternativamente, utilizam a chamada abordagem inteligente, que contempla a lógica difusa, algoritmos genéticos e outros caminhos não determinísticos. Nota-se uma tendência em se distanciar dos métodos clássicos, que apesar de mostrarem boas respostas dinâmicas, exigem a disponibilidade de todas as variáveis de estado para a realimentação, gerando assim, esforços onerosos, complexos e difíceis de alcançar. A implementação dessas soluções, vão desde a sintonia de controladores convencionais até complexas arquiteturas de computadores distribuídos.

Cheng et al (2002), introduziram o conceito de inteligência antropomórfica. Propuseram um novo controlador PID inteligente, variável no tempo, para sistemas de resposta rápida. A partir da resposta em degrau é feito um mapeamento com a divisão em intervalos, conforme o número de semiciclos das oscilações. Cada trecho é denominado de fase. É calculado o ganho integral em fase, correspondendo à ação de controle naquele trecho. É definido um conjunto de regras do tipo condicional, baseadas na experiência humana de um operador e na amplitude do erro entre o valor real da carga e o desejado. A resposta do controlador depende da ação associada à respectiva regra. O controlador é multiestrutural e tem parâmetros variáveis cujas funções obedecem à estrutura de um controlador PID clássico, com os ganhos proporcional, integral e derivativo, e contém sete algoritmos (R1 a R7), correspondentes a sete regras estabelecidas. Através de uma lógica de detecção e identificação determina os parâmetros de controle, e escolhe qual a regra em que os mesmos serão utilizados. Cada fase tem os três cálculos. Comparando com o PID convencional, o controlador PID inteligente tem uma boa robustez e adaptabilidade. Devido a sintonia de parâmetros e mudança de estratégias de controle estarem baseadas no desvio controle, essa estratégia pode ser facilmente implementada. A dificuldade apresentada nesse método está na necessidade de se ter o conhecimento da experiência humana. Uma vez codificado o conhecimento especialista, o método mostra-se eficiente.

Khodabakhshian e Golbon (2005) aplicaram a técnica de Poulin e Pomerleau (1997), numa planta de uma única unidade geradora conectada a um barramento infinito. A técnica é baseada nos contornos do gráfico Nichols, e a especificação é dada em termos do pico máximo de ressonância do sistema em malha fechada, com a finalidade de controlar a

velocidade e a carga. Dessa forma, os parâmetros do controlador PID foram ajustados para que a curva de resposta de frequência de malha aberta siga o contorno correspondente. Os resultados comparativos deste novo controlador de frequência de carga com um controlador PI convencional mostraram uma melhoria considerável no sistema de amortecimento. O controlador PID proposto demonstrou aumentar o amortecimento do sistema de energia após um degrau na variação de carga e resultou num desempenho melhor do que o controlador PI convencional no qual fora utilizado apenas o critério de Routh-Hurwitz. Também se constatou que não há necessidade de utilizar o ganho temporário de compensação. Trata-se de uma solução eficaz, que porém, depende da exatidão do modelo matemático.

Zhang e Zhang (2006) aplicaram a estratégia de controle fuzzy adaptativo para a regulação de velocidade e potência de uma turbina hidrelétrica. Considerando as características dinâmicas complexas e as incertezas do modelo do regulador, e tendo como objetivo final os desempenhos estático e dinâmico do sistema, o novo controlador combinou a teoria de controle do PID clássico com a teoria de controle nebuloso (*Fuzzy*) adaptativo. O controlador apresentado é do tipo de estrutura variável, portanto, seus parâmetros são ajustados de acordo com as informações do erro de controle. Os resultados das simulações mostraram que a estratégia de controle proposta tem adaptabilidade, estabilidade, robustez e consegue um bom desempenho quando aplicado em sistemas de regulação de turbinas hidráulicas.

Jiang, Ma e Wang (2006) propuseram um método de programação evolutiva (PE) com fator de mutação para a determinação dos parâmetros otimizados de um controlador do tipo PID, utilizado em reguladores de velocidade e potência de turbinas hidrelétricas. Considerando-se as dificuldades de ajustes dos parâmetros ótimos, em tempo real, aperfeiçoou-se esse método, com o fator de mutação sendo gerado com uma série aleatória Gaussiana ou de Cauchy, com algoritmos de programação evolutiva convencionais, resultantes da função de transferência, não linear e variante no tempo. Esse método denominado programação evolutiva de mutação caótica determinística (DCMEP), obteve em teste, a confirmação de que é possível otimizar os parâmetros PID de forma eficiente, e o sistema mantém características de estabilidade, baixo nível de variações e com respostas rápidas.

No trabalho de Singh, Naresh e Gupta (2013) é proposta a utilização dos algoritmos genéticos, para determinar os parâmetros de sintonia de um controlador, do tipo ganho temporário de compensação (*temporary droop*), na regulação de turbinas hidrelétricas.

Os autores testam quatro diferentes índices de desempenho:

$$ISE = \int_0^T e^2(t) dt$$

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt$$

$$ITAE = \int_0^T t|e(t)| dt$$

$$ITSE = \int_0^T t|e^2(t)| dt$$

Os objetivos foram de minimizar a variação de velocidade, à partir de dois degraus diferentes, 2% e 5%. São apresentadas as funções de transferência da planta e do controlador, cujos parâmetros são  $b_p$  (*permanent speed droop*),  $b_T$  (*temporary speed droop*) e  $T_R$  (*reset time*). Após os testes, o índice de desempenho ITAE, é escolhido como a melhor opção, e são adotados os respectivos parâmetros, a ele associados. Este estudo é muito importante para se compreender o funcionamento do algoritmo de controle chamado “*temporary droop*”, que reproduz o funcionamento de um controlador mecânico-hidráulico e aplica a técnica dos algoritmos genéticos.

Anbo, Xiangang e Hao (2013) propuseram um algoritmo genético multiagente distribuído (MAGA), aplicado na otimização de parâmetros PID auto adaptativos. O estudo apresentou uma solução para a sintonia de parâmetros ótimos de um controlador PID, a serem utilizados na usina hidrelétrica de Três Gargantas, na China; a maior do mundo. Devido ao longo tempo de processamento de um algoritmo genético tradicional para controle, foi apresentada uma estratégia de controle auto adaptativo com os parâmetros PID variáveis, sendo ajustados, em tempo real, em função das condições de operação. Para tanto, foi empregado o algoritmo MAGA, em conjunto com um simulador de processo; ambos baseados na plataforma JADE (*Java Agent Development Framework*). A arquitetura proposta utilizou múltiplos computadores operando em paralelo, a fim de minimizar o tempo de resposta dos cálculos dos parâmetros. Foram simuladas várias situações, com os testes realizados com uma máquina, resultando o tempo de 93,5 segundos e com 32 máquinas, reduzindo o tempo para 3,4 segundos de resposta. Dependendo da complexidade da planta, a aplicação de um algoritmo genético pode consumir muito tempo de processamento para efetuar a otimização de um controlador PID do regulador da turbina. É o caso da referida aplicação. Para resolver tal questão, foi proposta a distribuição multiagentes da base do

algoritmo genético distribuído, denominado de MAGA. Os resultados mostraram que a simulação proposta obteve um bom desempenho em comparação com a otimização do algoritmo genético convencional, e, além disso, minimizou significativamente o tempo de otimização. Trata-se de um trabalho revolucionário, porém com o alto custo devido a uma arquitetura complexa e com tempos de processamento altos.

Liu, Li e Huang (2012), por sua vez, propõem um controlador robusto não-linear baseado em observador de alto ganho, denominado ONRC, a ser implementado para conjuntos de hidro geradores e turbinas. O processo de ajuste dos parâmetros do controlador é simplificado, e apenas um parâmetro de controle precisa ser sintonizado. Com base na teoria de controle não linear descentralizado, o ONRC foi desenvolvido para controlar conjuntos de reguladores das turbinas. O controlador é semelhante ao padrão de um controlador não linear robusto, mas não depende de um modelo preciso do sistema, e a sua estrutura, bem como os ajustes de parâmetros foram simplificados. O observador de ganho elevado melhora a viabilidade do controlador porque as variáveis de estado não precisam ser localmente mensuráveis. A função objetivo definida reflete as características integradas do sistema de regulação de turbinas hidrelétricas:

$$\min J = \int_0^T [e_1^2(t) + e_2^2(t) + e_3^2(t)] dt$$

onde  $e_1$ ,  $e_2$  e  $e_3$  são os erros relativos a abertura do distribuidor, a potência elétrica do gerador e o ângulo de rotor, respectivamente. Foi utilizado o método de Monte Carlo para avaliar a robustez do controlador. Foram realizados 500 experimentos, com os parâmetros variando na faixa de 20%. Assim, ONRC se mostrou viável na prática. Na simulação, os resultados mostraram que esse método de controle pode conseguir uma boa resposta dinâmica e robusta em oscilações bruscas.

No estudo de Hamarasheed, Haris e Nopiah (2012), é apresentado o modelo de controle múltiplo ponderado adaptável (MMAC), proposto como um controlador para sistemas de hidrogeradores, com o objetivo de proporcionar robustez e estabilidade. Para garantir a estabilidade, o sistema foi concebido de acordo com o sistema de equivalência virtual e critérios de controle adaptativos. São utilizadas duas estruturas diferentes de controle, ou seja, os controladores LQG / LTR e PI, otimizados para atender aos requisitos da planta e testadas através de simulações. Para cada estrutura de controle, quatro diferentes compensadores lineares foram ajustados de acordo com percentagens específicas de variações

de carga, e para cada uma utilizou-se um compensador correspondente, referente a um modelo linear pré-identificado na planta. Os controladores LQG/LTR (*Linear Quadratic Gaussian /Loop Transfer Recovery Procedure*), técnica que utiliza um filtro de Kalmann fictício, e PI (proporcional integral), ambos projetados com critérios de robustez. A operação da planta foi simulada de forma a ser submetida a diferentes condições de perturbação. A partir dos resultados obtidos, o controle LQG/LTR apresentou bom desempenho para mudanças suaves de perturbação, mas oscilou em situações com mudanças repentinas. O controlador PI, por sua vez, mostrou bom desempenho para ambos, variando suavemente em perturbações repentinas.

Qian, Yi e Liu (2011), utilizando o recurso de redução de ordem, aplicou a técnica do SMC (*Sliding mode control*), ou controle em modo deslizamento. O SMC é uma forma de controle de estrutura variável. É um método de controle não linear com realimentação que altera a dinâmica de um sistema não linear através da aplicação de um controle de alta frequência de comutação. Ele comuta de uma estrutura contínua para outra com base na posição atual no espaço de estados, de modo que as trajetórias do sistema sempre se movem em direção a um estado de comutação e a trajetória final vai deslizar ao longo dos limites das estruturas de controle. O lugar geométrico dos limites é chamado de superfície de deslizamento. O movimento que ocorre na superfície é chamado um modo deslizante. A principal característica do SMC é a sua robustez. Ele é insensível às variações de parâmetros e de perturbações estranhas que entram no canal de controle. Além disso, o modo de deslizamento é atingido num tempo finito, melhor do que se tivesse um comportamento assintótico. Os autores apresentam um estudo de caso com resultados de robustez satisfatórios.

Em seu artigo, Ding e Sinha (2011) apresentam uma nova abordagem para o controle de velocidade e potência, combinando num algoritmo as técnicas do SMC e  $H_\infty$ . Os resultados mostram uma melhora no desempenho do sistema diante de perturbações de carga e incertezas paramétricas. Os autores utilizam um modelo ideal para a simulação, no software MATLAB/Simulink. Os resultados são comparados com os dos controladores PI e LQR (Regulador linear quadrático) tradicionais, demonstrando que a proposta de controle proposta melhora o desempenho do sistema diante de perturbações de carga e incertezas paramétricas, com significativa vantagem.

Concluindo, acerca da produção das pesquisas apresentadas, nota-se que, diante de não linearidades e incertezas, procura-se sempre a robustez através da busca de parâmetros ótimos que na maior parte das vezes, são empregados em controladores convencionais. O controle ótimo está presente na essência das diversas técnicas, como os algoritmos genéticos e o SMC.

### **1.5 Este trabalho no contexto do estado da arte**

Este trabalho vai de encontro aos mesmos objetivos perseguidos no estado da arte, ou seja, técnicas de otimização e robustez utilizando novas técnicas que apresentam os avanços tecnológicos dos recursos de software e hardware disponibilizados. Para tanto, utiliza a técnica de otimização numérica, denominada Colocação Direta, aplicando uma moderna ferramenta de software.

Pesquisando publicações recentes, não foi encontrada nenhuma aplicação similar, que utilizasse esse recurso, o que enfatiza a sua relevância como referência a futuros trabalhos.

## 2 A PLANTA DE UMA USINA HIDRELÉTRICA

As instalações de plantas de usinas hidrelétricas possuem variações de configurações relativas às características de cada situação em que são projetadas. De modo geral, as plantas de usinas hidrelétricas, conforme representado na figura 1, podem ser compostas dos seguintes itens:

- a) Reservatório;
- b) Túnel de adução;
- c) Tanque de compensação;
- d) Conduto forçado;
- e) Conjunto turbina;
- f) Gerador;
- g) Subestação;

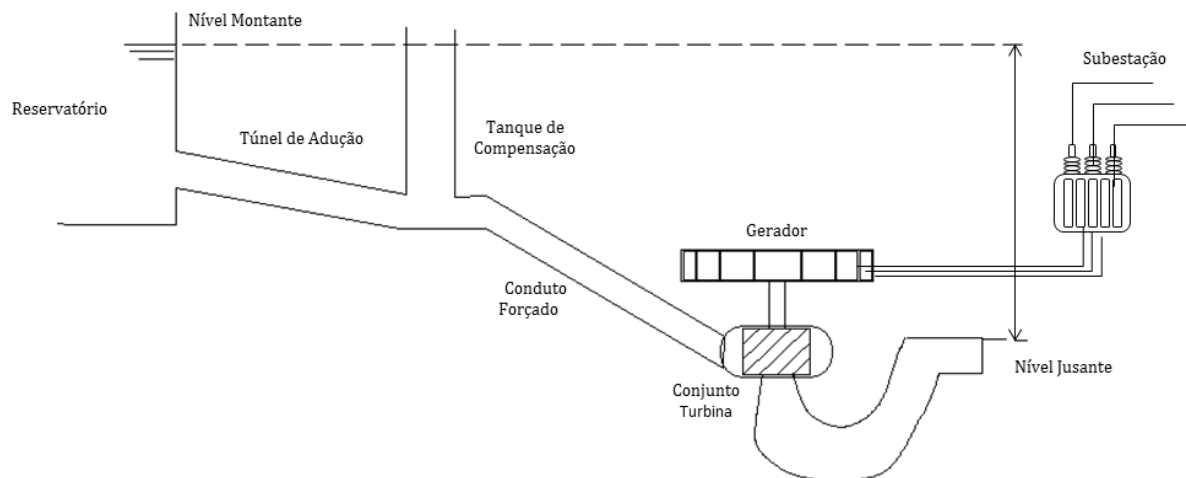


FIGURA 1 – Planta típica de uma usina hidrelétrica  
Fonte: Autor

## **2.1 Reservatório**

Na sua grande maioria, as usinas hidrelétricas possuem um reservatório à montante das demais instalações, cuja função é de armazenar um volume substancial de água, a fim de garantir a continuidade do fornecimento, e dentro do possível, formar uma reserva para períodos de escassez de chuvas. As plantas que não possuem reservatórios são denominadas plantas de fio d'água. Nesse caso, há um nível de queda relativamente baixo e o potencial é garantido por uma vazão significativa, que desta forma viabiliza seu funcionamento. Como exemplo de usinas de fio d'água, as usinas de Santo Antonio e Jirau, no Rio Madeira, no estado de Rondônia.

## **2.2 Túnel de adução**

Dentre as usinas hidrelétricas que possuem reservatórios, pode-se dividi-las em dois grupos. Um grupo no qual o reservatório está próximo da casa de força, e a interface com as demais instalações é feita por uma barragem de contenção, e um segundo grupo, em que o reservatório está distante da casa de força, e sua ligação com a mesma se faz através de um túnel de adução. O comprimento desse túnel, que em alguns casos pode alcançar vários quilômetros, e devido a isso, o efeito do golpe de Ariete é potencializado.

## **2.3 Tanque de compensação**

Com o propósito de minimizar os efeitos do golpe de Ariete, em instalações que possuem túnel de adução, utiliza-se um dispositivo chamado de tanque de compensação, também denominado de chaminé de equilíbrio, cuja função é atuar, ao mesmo tempo, na proteção contra as subpressões e sobrepessões, visto que possibilita a oscilação da massa da água entre o tanque e o reservatório, evitando, neste trecho, a ocorrência de variações elevadas de pressão. Em algumas plantas, podem existir mais de um tanque de compensação.



## **2.4 Conduto forçado**

Nos vários tipos de usinas hidrelétricas, seja nas que possuem túnel de adução, seja nas que possuem de barragem de contenção, com ou sem reservatório, sempre se faz necessária a existência de pelo menos uma tubulação que leve a água até a casa de força. Essa tubulação é denominada de conduto forçado. No primeiro caso, quando há túnel de adução, o conduto parte do final do túnel e chega até o conjunto hidráulico. No segundo caso, o conduto forçado liga a barragem diretamente ao conjunto hidráulico. O conduto forçado pode ser único, ou ser um conjunto de condutos paralelos, projetados com resistência e rigidez suficientes para atender às vazões para as quais a planta hidrelétrica foi projetada, procurando alcançar o menor atrito possível da água em suas paredes, a fim de evitar perdas de energia por dissipação.

## **2.5 Conjunto turbina**

Conjunto turbina é a denominação dada ao conjunto composto pela turbina e todos os demais componentes mecânicos e hidráulicos, desde a entrada até a saída a água. No caso da usina de Itaipu, existem 20 conjuntos, correspondentes a 20 unidades geradoras.

As turbinas hidráulicas são equipamentos projetados especificamente para transformar a energia potencial gravitacional da água, ou energia de pressão, em energia cinética, que por sua vez, é convertida em torque mecânico que é transferido ao gerador, que converte em energia elétrica. As usinas hidrelétricas possuem turbinas hidráulicas de diversos tipos, projetadas em função das características do potencial hídrico e da topografia, considerando a variação, ou queda, do nível d'água, capacidade de armazenamento, necessidade ou não, de túnel de adução, vazão laminar do rio, etc. As turbinas hidráulicas, em relação ao seu acionamento, são classificadas em dois grupos, turbinas de impulso e turbinas de reação.

A turbina de impulso, também conhecida como roda de Pelton, é usada para colunas d'água de 300 metros ou mais de altura, conforme figura 2. O efeito da queda de pressão atua em bocais estacionários que convertem a energia potencial em energia cinética. Os jatos de alta velocidade de água ao colidir com colheres em forma de baldes desviam a água axialmente através de cerca de 160 graus. A ação do conjugado fornece o torque para acionar

o condutor, a energia fornecida sendo inteiramente cinética. Ex. Usina Henry Border – Cubatão – SP.

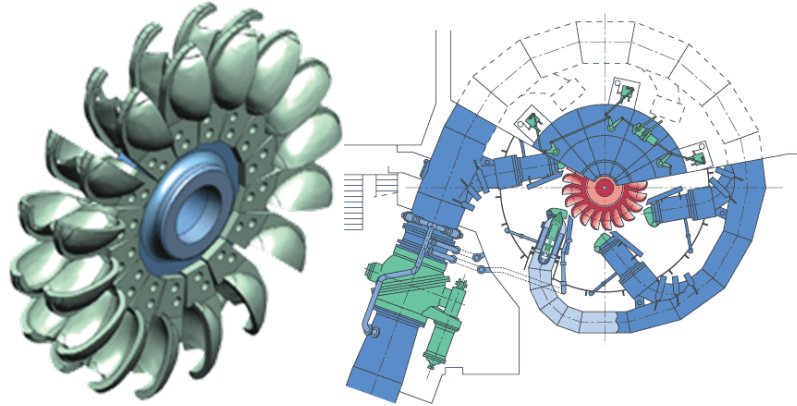


FIGURA 2 – Turbina do tipo Pelton  
Fonte: Voith Hydro Power

As turbinas de reação tem esse nome devido à reação à pressão no interior da turbina que está acima da pressão atmosférica. A energia tem duas formas, cinética e potencial (coluna de pressão) e é fornecida pela água. Na primeira, a água passa a partir de uma caixa espiral através palhetas radiais estacionárias distribuídas em torno de toda a sua periferia, agindo como distribuidores de fluxo de água de controle. Há duas subcategorias de turbinas de reação: Francis e hélice, sendo essa última dividida em Kaplan (eixo vertical) e Bulbo (eixo horizontal), e que além das palhetas do distribuidor, possuem hélices com inclinações variáveis.

A turbina do tipo Kaplan, conforme figura 3, é utilizada para quedas de até 60 m, compensando com um fluxo mais expressivo, possui eixo vertical, com hélices de pás de ângulos móveis. Ex. Usina de Lajeado - TO.

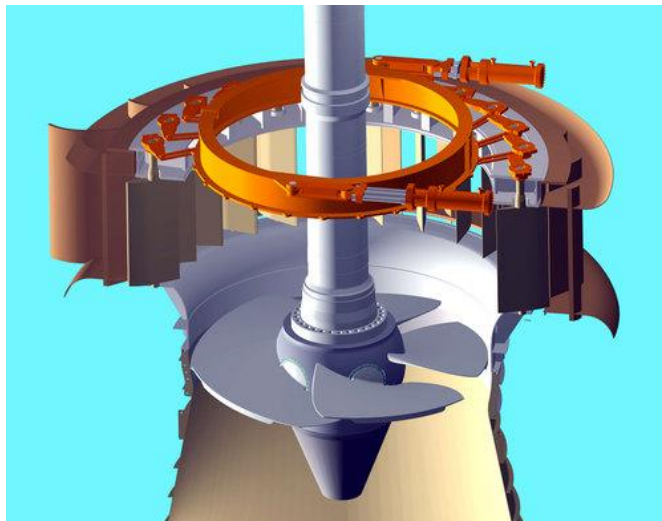


FIGURA 3 – Turbina do tipo Kaplan  
Fonte: Voith Hydro Power

A turbina tipo Bulbo, conforme figura 4, é utilizada para quedas abaixo de 20 m, e com grande fluxo laminar, possui eixo horizontal, com hélices de pás de ângulos móveis, com o conjunto ficando submerso. Ex. Usinas do Rio Madeira – RO, (Santo Antônio e Jirau).

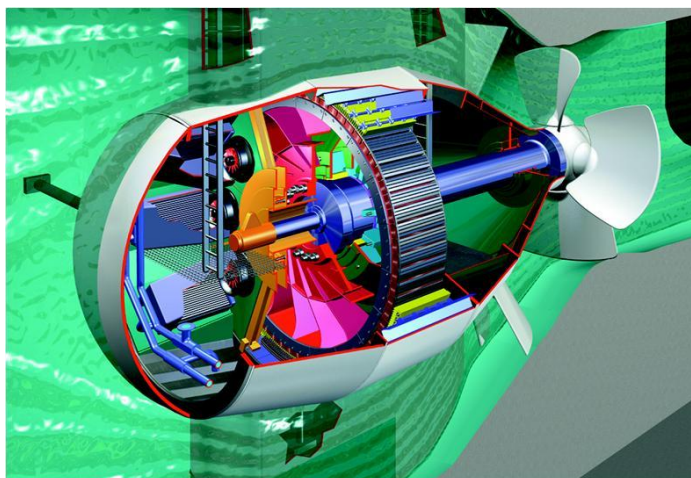


FIGURA 4 – Turbina do tipo Bulbo  
Fonte: Voith Hydro Power

A turbina do tipo Francis, conforme figura 5, é usada em quedas de 40 até 360 metros. Neste tipo de turbina, a água flui através de aletas de guia com impacto tangencial e sai axialmente. Foi concebida por Jean-Victor Poncelet por volta de 1820 e aperfeiçoada pelo engenheiro norte-americano James B. Francis em 1849. Podendo ser montada com o eixo na posição horizontal, em PCH (Pequenas centrais hidrelétricas) ou com eixo vertical, em instalações de médio e grande porte. Ex. Itaipu, com 20 unidades geradoras de 800 MW cada uma, com queda de 118,4 m.

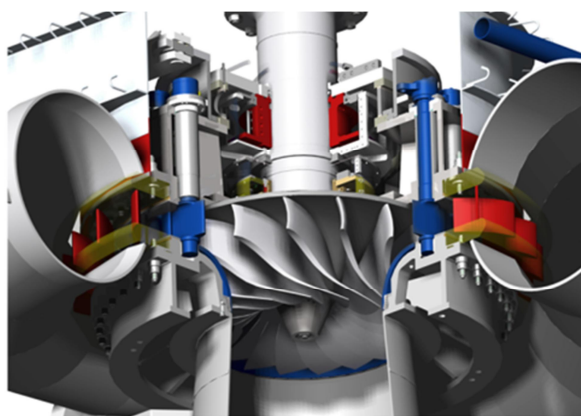


FIGURA 5 – Turbina do tipo Francis  
Fonte: Voith Hydro Power

Devido à sua versatilidade, a turbina do tipo Francis, é responsável pela grande maioria das aplicações, e, portanto, devido à sua relevância, nesse trabalho optou-se por adotá-la no modelo estudado. A cada conjunto hidráulico está associada uma unidade geradora, que é formada pela turbina e o gerador, ligados pelo mesmo eixo, também denominada de rotor, e a cada tipo de turbina está associado um conjunto diferente de equipamentos, relativo às respectivas características construtivas.

No caso da turbina do tipo Francis, o conjunto é formado por caixa espiral, distribuidor e tubo de sucção. A caixa espiral é o invólucro onde a turbina está montada, e responsável por conduzir a água num percurso em forma de caracol até a turbina, e o tubo de sucção, é uma tubulação montada na saída da turbina, com o propósito de conduzir a descarga da água, com uma angulação adequada, atenuando o efeito de vortex, e devolvendo a água para o nível jusante.

### 2.5.1 Distribuidor

O distribuidor é um equipamento de acionamento hidráulico, cuja finalidade é controlar o acesso da água que passará através da turbina. Para cada tipo de turbina, devido à suas características, esse controle de vazão é feito de um modo diferente. No caso da turbina do tipo Francis, o distribuidor é composto de uma série de palhetas móveis, acionadas por um mecanismo hidráulico montado na tampa da turbina (sem contato com a água). Todas as palhetas são distribuídas ao redor da turbina, e têm o seu movimento conjugado, isto é, todas se movem ao mesmo tempo e de maneira igual. O acionamento é feito, normalmente, por dois pistões hidráulicos que operam numa faixa de pressão de 20 bar nas mais antigas, até 140 bar nos modelos mais novos. Estes pistões hidráulicos controlam o anel de regulação, ao qual estão acopladas as palhetas diretrizes, conforme figuras 6 e 7. O movimento do distribuidor controla a velocidade e a potência da turbina através da regulação da vazão da água.

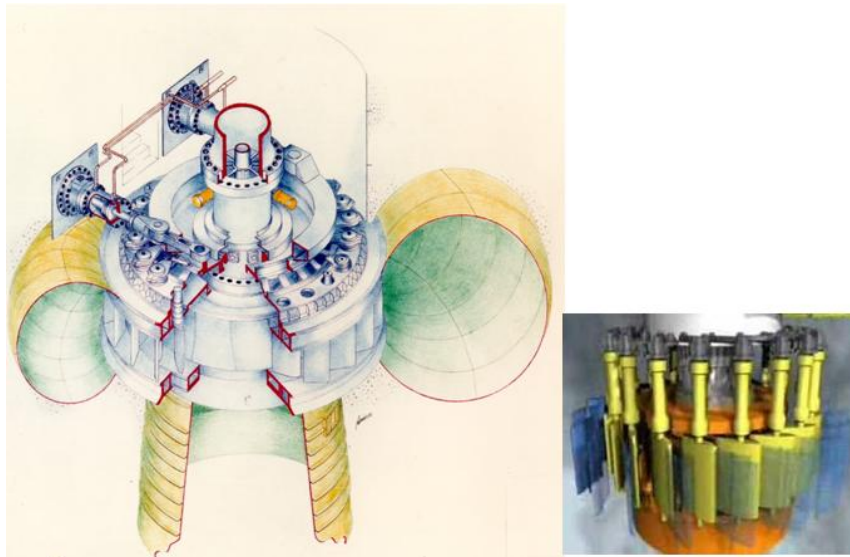


FIGURA 6- Detalhes construtivos de um distribuidor  
Fonte: Itaipu Binacional

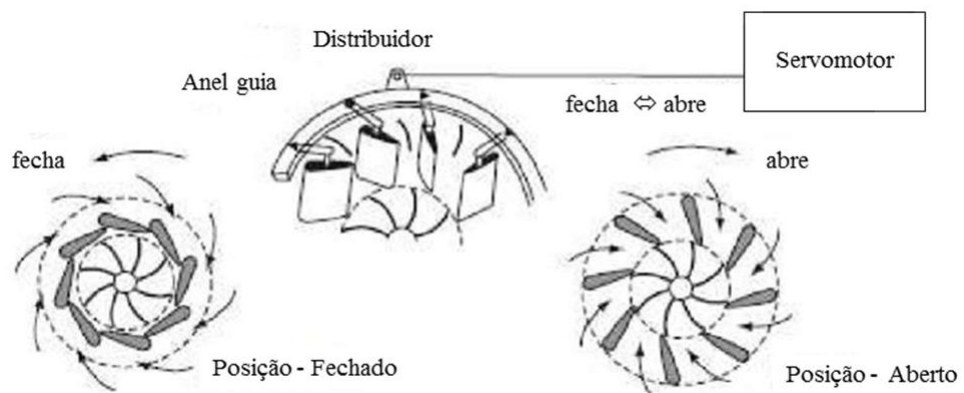


FIGURA 7 - Acionamento do distribuidor  
Fonte: Adaptação livre do Autor

### 2.5.2 Regulador de velocidade

Associado ao distribuidor está o regulador de velocidade, que é um sistema de controle automático cuja função principal é manter a rotação da turbina constante para que o gerador forneça energia ao sistema elétrico na frequência de 60 Hz, ou 50 Hertz em alguns países, independente da potência gerada pela unidade. A ação deste controle é comandar a abertura ou fechamento do distribuidor da turbina (palhetas diretrizes) regulando a vazão de água que entra no rotor da turbina. Estas palhetas abrem com determinado ângulo possibilitando a passagem de água de acordo com o perfil hidráulico. É o regulador que propicia a partida da unidade levando-a desde a rotação nula até a rotação nominal através da abertura do distribuidor da turbina. A parada da turbina também cabe ao regulador. Quando a unidade geradora esta conectada a uma carga (ou sistema elétrico), e sofre um desligamento súbito, desencadeia um fenômeno denominado de rejeição de carga. O rotor sofre uma aceleração, alcançando rapidamente uma sobre velocidade, o regulador então, deve responder rapidamente com o ajuste da velocidade para rotação nominal sem carga, para que o conjunto fique pronto para uma nova conexão com o sistema elétrico, ou parar completamente a unidade, na eventualidade de uma parada total. E, finalmente, como última atribuição do regulador de velocidade, esta a capacidade de ajustar a potência ativa para o caso de tomada ou alívio de carga do sistema elétrico e provocando a abertura ou fechamento automático do distribuidor nos casos de subfrequência ou sobrefrequência, respectivamente.

Antes de 1960, os reguladores de velocidade das turbinas hidráulicas eram mecânico-hidráulicos do tipo *Centrífugo de Watt*, com detecção de velocidade, conforme ilustrado na figura 8.

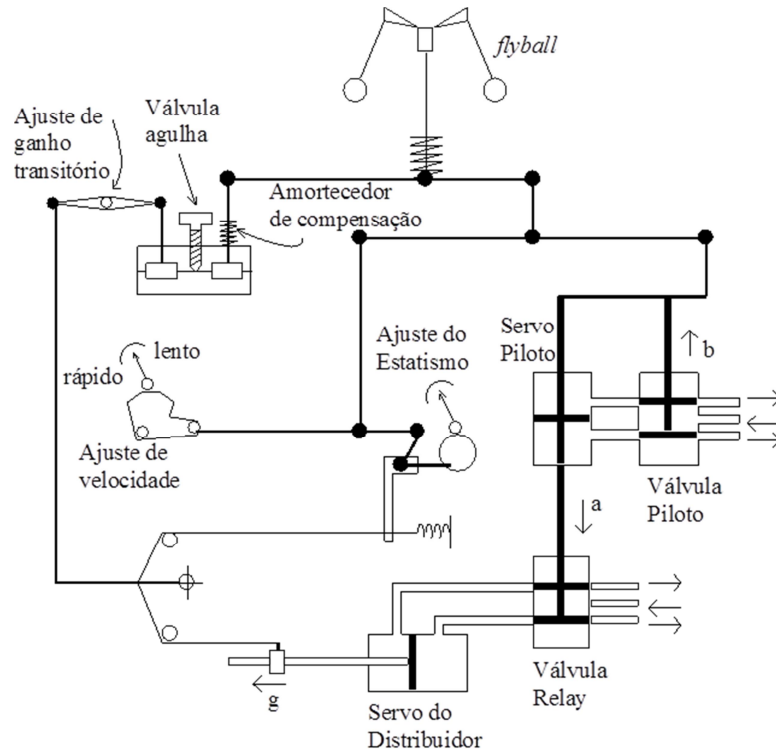


FIGURA 8 – Regulador mecânico-hidráulico  
 Fonte: Adaptado de Ramey e Skooglund (1970).

As principais desvantagens do regulador mecânico-hidráulico devidas à precisão relativamente baixa e na existência de bandas mortas nas interfaces hidráulicas, cujas amplitudes tendem a aumentar com o tempo, devido ao desgaste dos elementos mecânicos móveis.

Os reguladores de velocidade modernos utilizam sistemas eletro-hidráulicos. Sua funcionalidade é muito semelhante aos dos reguladores mecânico-hidráulicos, porém com as vantagens do uso dos controladores microprocessados, que permitem a programação de algoritmos dedicados. Os componentes elétricos proporcionam maior flexibilidade e melhor desempenho em relação a bandas-mortas e defasagens de tempo resultantes de dispositivos mecânicos.



## **2.6 Gerador**

O gerador é um equipamento que produz energia elétrica a partir de um torque mecânico, utilizando os princípios da conversão eletromagnética de energia. Baseado na velocidade nominal de projeto, o gerador possui uma armadura e um determinado número de polos; um para cada bobina, agrupados de três em três, de forma a alternar a corrente elétrica, em ângulos de 120°. Na medida em que a armadura gira, a frequência da corrente fornecida é igual à metade do produto do número de polos pelo número de revoluções por segundo da armadura.

## **2.7 Subestação**

O Gerador produz baixa tensão, na ordem de 600 V, que por sua vez é enviada a uma subestação próxima à casa de força, que eleva essa tensão, através de um transformador, para um nível de alta-tensão, na faixa de 300 kV a 700 kV, de forma a ser compatível com a linha de transmissão que está a ela conectada. A tensão do gerador é controlada por uma excitatriz, e a sincronização dos ângulos de fase do gerador com a linha de transmissão a qual será conectado, é feita por um dispositivo de controle que fecha o circuito no instante em que as fases coincidem.

## **2.8 Funcionamento de uma usina hidrelétrica.**

O funcionamento de uma usina hidrelétrica compreende o processo de transformação da energia mecânica em elétrica. A potência mecânica no eixo da turbina é determinada pela vazão e pressão instantâneas. O torque instantâneo nesse mesmo eixo é determinado pela potência mecânica e pela velocidade angular da turbina. O torque mecânico, combinado ao torque elétrico, determinado pela força contra eletromotriz da carga elétrica conectada ao gerador, atua sobre a massa girante dos rotores da turbina e do gerador, determinando sua velocidade angular. A velocidade angular determina diretamente a frequência do gerador, que por sua vez, altera o comportamento da carga elétrica a este interligada. A variação na carga elétrica, por sua vez, altera o torque elétrico que atua sobre o rotor do gerador, variando o torque líquido de aceleração que atua sobre a massa girante.

Conforme De Jaeger (1994), o diagrama de controle uma unidade geradora hidrelétrica pode ser representado como na figura 9.

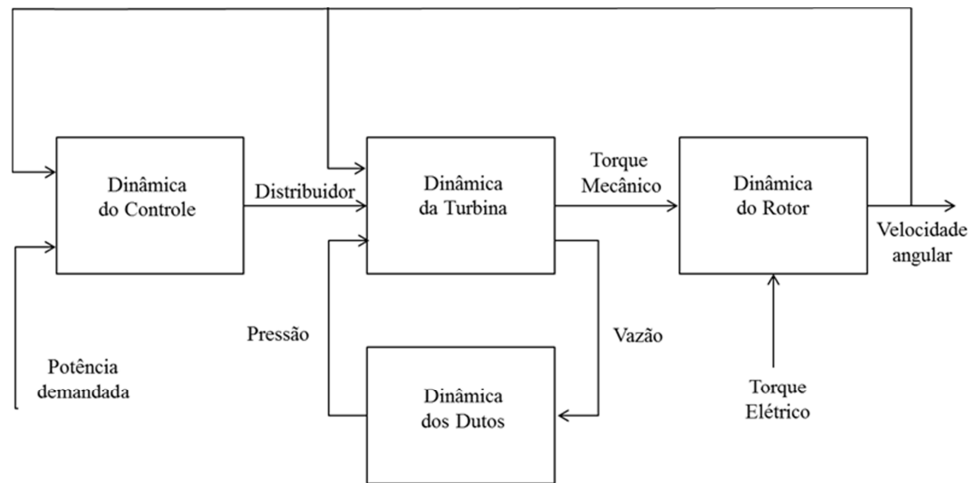


FIGURA 9 – Diagrama de controle de uma planta hidrelétrica  
Fonte: Adaptado de De Jaeger et al. (1994).

O funcionamento de uma unidade geradora pode ser dividido em cinco etapas:

- a) Preparação – Com a unidade completamente parada, todos os auxiliares mecânicos são ligados com todas as pré-condições para funcionamento preparadas;
- b) Giro sem carga – O controlador movimenta o distribuidor fazendo com que a turbina alcance a velocidade nominal de rotação sem carga;
- c) Excitação – É ligada a excitatriz e a unidade é excitada com a tensão nominal especificada;
- d) Interligação – A unidade é interligada a um barramento já energizado e com a frequência pré-estabelecida. Então, o controlador da turbina mantém a velocidade nominal e inicia o controle de potência ativa, conforma demandado pela carga;
- e) Compensador síncrono – Uma vez conectadas no sistema elétrico, algumas unidades geradoras possuem o recurso adicional de se transformar em

compensador síncrono, ou seja, transforma-se numa carga reativa, controlando assim a tensão do sistema. Para isso, é feito o procedimento de fechar o distribuidor e retirar toda a água da caixa espiral e do tubo de sucção. Nesse caso, pelo fato do distribuidor permanecer fechado, não há qualquer tipo de regulação.

## 2.9 Regulação de uma unidade geradora

Existem dois níveis de regulação para as unidades geradoras hidrelétricas, o nível primário e o nível secundário. O nível primário se restringe ao âmbito de uma única unidade geradora ou um pequeno grupo de unidades isoladas. O nível secundário regula um conjunto complexo de unidades, ou usinas interligadas, simultaneamente.

A regulação primária pode ser dividida em duas etapas, com a unidade desconectada, e com a unidade conectada a uma carga ou ao sistema elétrico. “Com a unidade desconectada, a etapa correspondente é a descrita no subitem (b), do item 2.8, giro sem carga” ou “*speed no load*”. Nessa etapa, o problema fundamental de controle é manter de forma precisa, a velocidade da unidade no valor nominal, para que possa ser conectada e/ou sincronizada ao sistema. Esse controle é chamado de controle isócrono de velocidade. O termo isócrono é utilizado porque, não havendo a referência de velocidade, a mesma é pré-fixada, conforme diagrama de blocos da figura 10. Uma vez conectada a uma carga, desde que isolada, o controle isócrono pode ser utilizado. Se a configuração utilizar mais de uma unidade geradora, e oscilações de carga então o controle isócrono pode apresentar instabilidades.

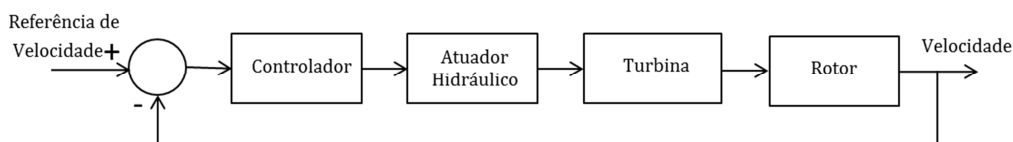


FIGURA 10 - Controle isócrono de velocidade  
Fonte: Adaptado de Sansevero (2006)

Dentre os reguladores de nível primário, mais comuns, além dos isócronos, existem os reguladores com estatismo. Esses são utilizados em unidades conectadas, pois possuem uma característica específica, chamada de “queda de velocidade” ou “*speed droop*”, cuja finalidade

é efetuar uma divisão estável da carga entre duas ou mais unidades geradoras operando em paralelo, conforme diagrama de blocos da figura 11.

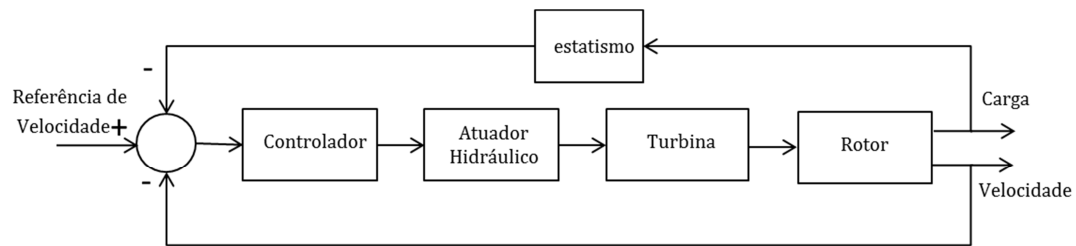


FIGURA 11 - Controle de carga com estatismo.  
Fonte: Adaptado de Sansevero (2006)

Embora a regulação primária atenda a demanda, através da sua repartição entre as diversas unidades geradoras do sistema, isto se dá à custa de um desvio na frequência do sistema em regime permanente, no entanto, no âmbito de um sistema elétrico, devido à sua complexidade, com as variações de frequência devidas a sucessivos impactos externos de carga, a regulação primária torna-se ineficiente. É necessário, portanto, a existência de um controle suplementar, hierarquicamente superior. Essa é a função da regulação secundária. Nesse trabalho esse tipo de regulação não será objeto de estudo.

### 3 MODELO DINÂMICO

Para esse trabalho foi considerada uma planta sem túnel de adução e tanque de compensação. Baseando-se no diagrama de De Jaeger et al. (1994), da figura 9, de um modo simplificado, pode-se representar o diagrama de controle para essa planta, como na figura 12.

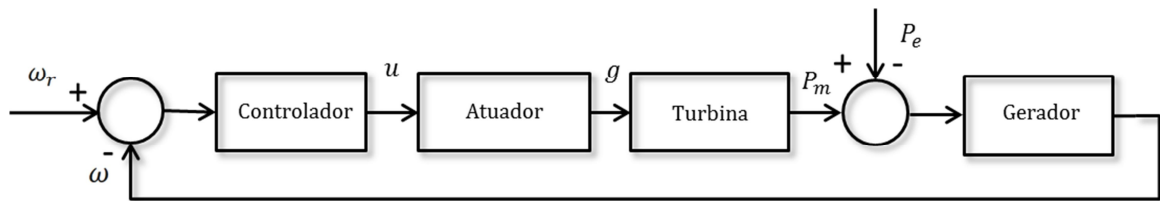


FIGURA 12 – Diagrama de controle simplificado do controle de velocidade de uma turbina hidráulica  
Fonte: Autor

O módulo controlador tem a função de executar um algoritmo de controle a partir do cálculo da diferença entre a velocidade de rotação nominal ( $\omega_r$ ) e a velocidade de rotação real ( $\omega$ ), produzindo a ação de controle ( $u$ ) correspondente, que por sua vez resulta no ajuste do Distribuidor, através da abertura das pás do distribuidor ( $g$ ), como resultado, o módulo Turbina transforma a vazão da água através da turbina e pelos dutos, resultando na potência mecânica ( $P_m$ ). A dinâmica do rotor está relacionada ao conjunto mecânico do eixo que contém a turbina e o gerador. Diante do conjugado mecânico produzido, há a contraposição da potência demandada pela carga elétrica conectada ao gerador, a diferença entre ambos resulta numa potência positiva necessária para vencer a inércia mecânica do rotor, e manter a velocidade de rotação nominal, de onde resulta a frequência padronizada da rede elétrica conectada.

A representação acima descrita corresponde a mais usual estratégia de controle de uma unidade geradora hidrelétrica conectada a uma carga isolada, que é o foco desse trabalho. No entanto, deve-se salientar que existem outras configurações de controle, como por exemplo, a conexão de mais de uma unidade geradora a um sistema elétrico.

Para o estudo do modelo matemático de uma planta hidrelétrica, conforme figura 13, optou-se por dividi-lo em quatro partes:

- a) Atuador;
- b) Turbina;
- c) Gerador;
- d) Controlador.

### 3.1 Atuador

O atuador, também denominado posicionador do distribuidor, é acionado por um servomecanismo, que atua sobre o anel distribuidor da turbina, alterando sua posição. Esta posição, por sua vez, determina a vazão da água através da turbina. Este mecanismo está ilustrado na figura 7. Seu modelo dinâmico possui muitas variações e é apresentado de diferentes formas. Nesse trabalho, serão apresentados dois modelos para o atuador, um modelo composto por válvula piloto e servo válvula, apresentado por Ramey e Skooglund (1970) e Pico e MacCalley (2011), denominado de modelo completo, e um modelo de primeira ordem, denominado de modelo simplificado.

#### 3.1.1 Atuador de dois estágios

O posicionador do distribuidor normalmente é formado por um sistema de dois estágios. O primeiro estágio, chamado de estágio piloto, é executado por uma servoválvula proporcional direcional de alto desempenho, que atua como interface eletro-hidráulica entre o sistema de controle digital e o segundo estágio do servomecanismo. Essa válvula recebe um sinal elétrico do sistema de controle e o converte em um sinal de vazão de óleo, através de uma saída proporcional ao sinal de entrada. Esse sinal de vazão, por sua vez, posiciona o êmbolo da válvula distribuidora, que é o segundo estágio hidráulico do servomecanismo. Estando o êmbolo em sua posição central, a vazão de saída é igual a zero. Movendo-se o êmbolo para uma posição diferente do centro estabelece-se um fluxo de óleo em seus pórticos de saída proporcional ao deslocamento. Os pórticos de saída da válvula distribuidora por sua vez estão conectados aos servomotores de acionamento do distribuidor. O uso de um sistema de dois estágios se deve às vazões necessárias para movimentar o distribuidor da turbina. Nas figuras 13, 14 e 15, estão representados, de forma simplificada, os estágios de movimento do conjunto válvula piloto/distribuidora e o servomotor.

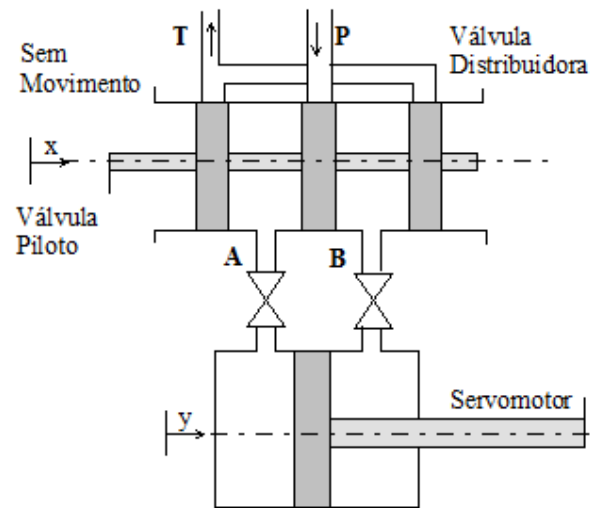


FIGURA 13 – Representação simplificada do posicionador do distribuidor – em repouso  
 Fonte: Adaptado de Pico e MacCalley (2011)

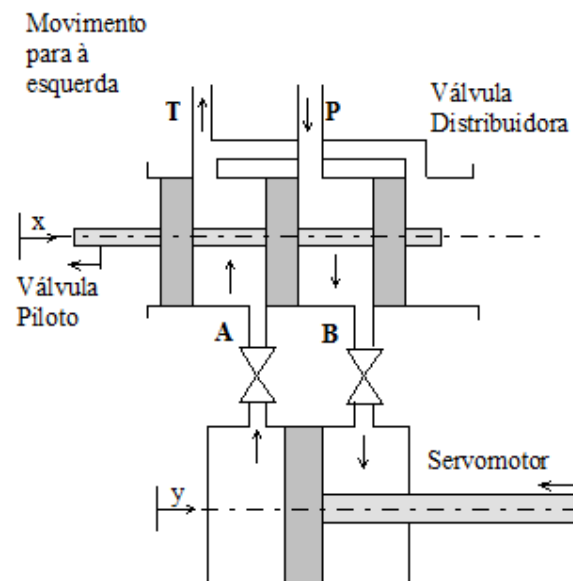


FIGURA 14 – Representação simplificada do posicionador do distribuidor – movendo-se à esquerda  
 Fonte: Adaptado de Pico e MacCalley (2011)

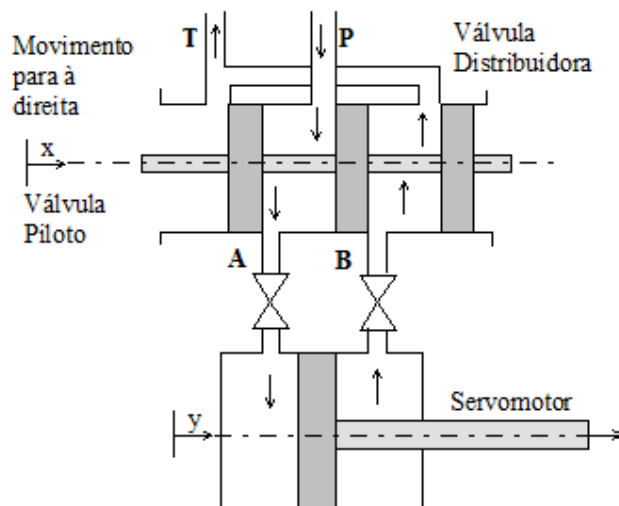


FIGURA 15 – Representação simplificada do posicionador do distribuidor – movendo-se à direita  
 Fonte: Adaptado de Pico e MacCalley (2011)

O modelo dinâmico do posicionador do distribuidor é a função de transferência que relaciona o deslocamento  $x$  da válvula piloto com o deslocamento  $y$  do servomotor. A saturação da velocidade de saída do pistão é o resultado da vazão máxima de óleo hidráulico pressurizado que entra nos terminais de A ou B. Utiliza-se duas válvulas de regulação de vazão para limitar o escoamento do óleo sob pressão, e, portanto, limitar a velocidade do êmbolo. A saída do integrador tem limites que correspondem aos deslocamentos mínimo e máximo do cilindro. A realimentação do controle é usada para posicionar o sistema servo. A não linearidade típica do atuador, encontrada em sistemas servomotores, é a banda morta e é intencionalmente projetada pela adição de sobreposições nas bobinas para evitar perdas por vazamento, como é mostrado na figura 16. As servoválvulas têm zonas mortas embutidas para evitar derramamentos de óleo pressurizado. No servomotor, o carretel é movido a uma distância  $\Delta e$ , para a esquerda, e  $\Delta d$ , para a direita, em resposta o pistão do cilindro de dupla ação se desloca de  $\Delta y$ . Para certos deslocamentos  $\Delta e$  ou  $\Delta d$ , que não ultrapassam a zona morta, o pistão no cilindro não se move. Esta não linearidade causa uma limitação no desempenho do controle. Juntas mecânicas e outras conexões físicas também podem conter efeitos de folga, e esta condição aumenta significativamente a probabilidade de oscilações nas malhas de controle.



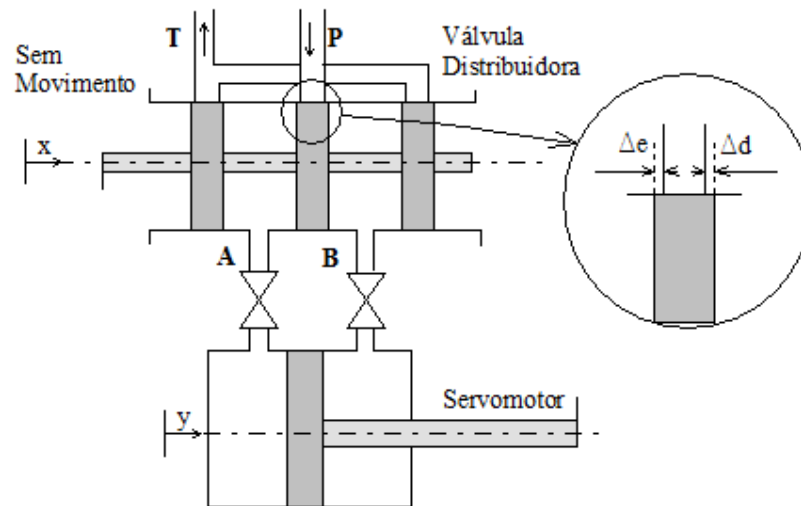


FIGURA 16 – Representação simplificada do posicionador do distribuidor – detalhe da zona morta  
 Fonte: Adaptado de Pico e MacCalley (2011)

As válvulas piloto e distribuidora são representadas por sistemas de primeira ordem. As constantes de tempo para as válvulas são determinadas a partir dos dados encontrados na documentação técnica das válvulas. O conjunto servomotor principal é modelado por um integrador, já que este nada faz além de acumular o óleo que flui pela válvula distribuidora em suas câmaras. Adotando-se as convenções para valores base descritas anteriormente, é fácil notar que o ganho combinado do servossistema é unitário, já que todas as vazões estão normalizadas sobre o volume combinado de abertura/fechamento do conjunto servomotor. Além destes elementos lineares, pode-se também incluir alguns elementos não lineares presentes em servossistemas deste tipo. Assim sendo, definindo-se as constantes de tempo da válvula piloto  $T_v$  e da válvula distribuidora  $T_y$  e acrescentando-se as não linearidades do servossistema com os elementos dinâmicos descritos anteriormente, chega-se ao diagrama de blocos da figura 17.

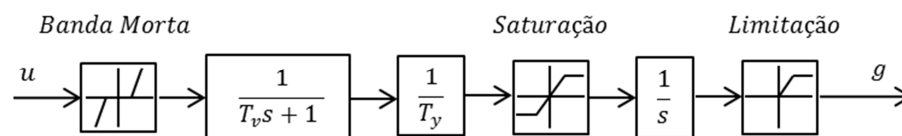


FIGURA 17 – Diagrama de blocos do modelo completo do posicionador do distribuidor  
 Fonte: Autor

### 3.1.2 Atuador simples

Conforme Qian, Yi e Liu (2011), para efeito de estudo, o atuador pode ser expresso como uma função de primeira ordem, desprezando-se os efeitos da válvula-piloto e da banda-morta, sendo  $T_G$  a constante de tempo do atuador, composta pela ação do atuador como um conjunto válvula piloto e servo, conforme figura 18:

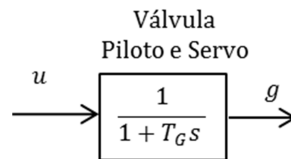


FIGURA 18 – Diagrama de blocos do modelo simplificado do posicionador do distribuidor  
Fonte: Qian, Yi e Liu (2011)

### 3.2 Turbina

Nesse item está considerado o conjunto formado pela turbina hidráulica e o conduto forçado, a ela conectado, conforme visão geral apresentada na figura 19:

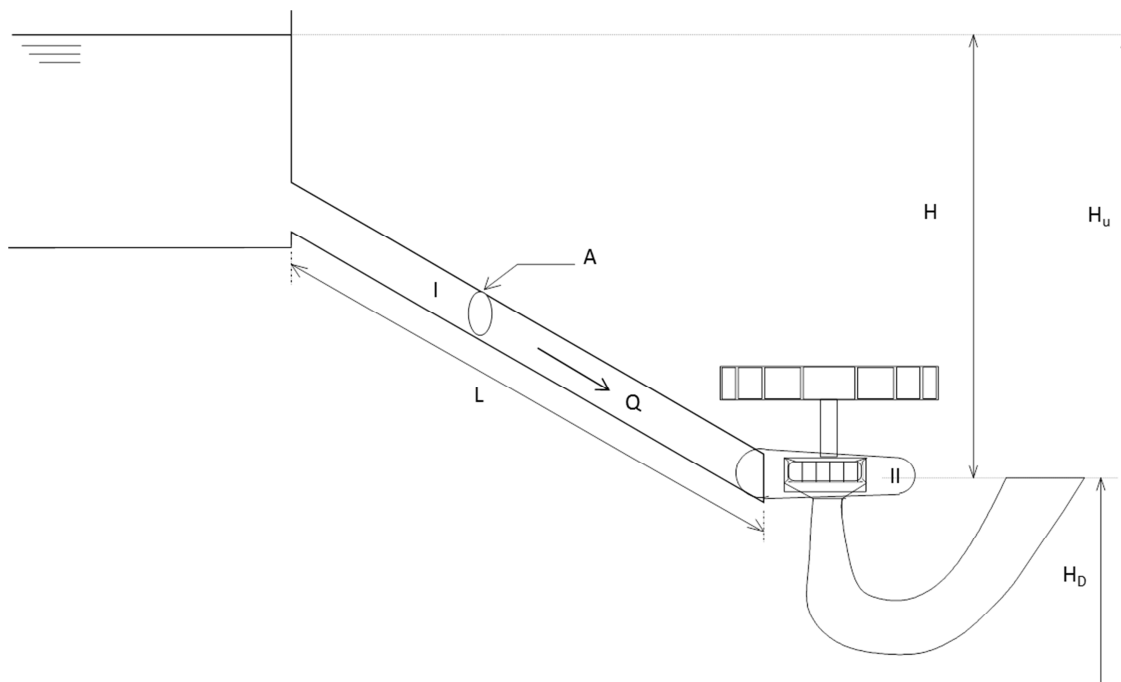


FIGURA 19 – Desenho de uma usina hidrelétrica com turbina do tipo Francis  
Fonte: Autor

Baseado no desenvolvimento de Kundur (1993) e Machowski, Bialek e Bumby (2008), segue o modelamento do conjunto turbina e conduto forçado.

Considerando-se uma planta hidrelétrica com uma turbina do tipo Francis, ligada ao reservatório através de um único conduto forçado, sem túnel de adução ou tanque de compensação, denomina-se queda, a pressão devida à coluna d'água numa dada altura da planta.  $H$  é denominada queda líquida, e é definida por:

$$H = H_u - H_d - H_f \quad (1)$$

$H_u$  é a queda bruta,  $H_d$  é a queda na saída da turbina, ambas em relação ao nível do mar, e  $H_f$  é a perda de carga equivalente às perdas energéticas associadas ao escoamento. Considerando-se a velocidade da água em dois pontos diferentes da planta, no conduto forçado (I) e na caixa espiral (II), conforme figura, aplicando-se a equação de Torricelli para escoamento de fluidos, para fluidos incompressíveis e não viscosos, a velocidade da água no ponto (II), é:

$$U_{II} = \sqrt{2a_g H} \quad (2)$$

Sendo  $a_g$  é a aceleração da gravidade

Pela equação de continuidade de Bernoulli, as vazões nos pontos (I) e (II) são iguais, logo:

$$U_I A = U_{II} G = Q \quad (3)$$

Sendo  $A$  a área da seção transversal do conduto,  $G$  a abertura do distribuidor e  $Q$  a vazão da água, então:

$$Q = \sqrt{2a_g} G \sqrt{H} \quad (4)$$

ou, pode-se dizer:

$$Q = K_1 G \sqrt{H} \quad (5)$$

Sendo  $K_1$  uma constante de proporcionalidade da vazão.

Conforme o relatório IEEE (1992),  $H_f$  é a perda de carga devida ao atrito nas paredes do Conduto Forçado, supondo que o mesmo seja perfeitamente rígido, conforme segue:

$$H_f = f Q^2 \quad (6)$$

Sendo  $f$  o coeficiente de atrito da água com as paredes do conduto forçado.

Considerando-se um estado arbitrário, para referência, denominado de estado base, em que a abertura  $G$  é máxima ( $G_{max}$ ), para uma dada queda, denominada de queda base,  $H_0$  e uma a vazão resultante  $Q_0$ , analogamente denominada de vazão base, para se obter valores normalizados da equação (4), divide-se a mesma pelos valores base correspondentes, como segue:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{K_1 G \sqrt{H}}{K_1 G_{max} \sqrt{H_0}} \quad (7)$$

Resultando em:

$$\bar{Q} = \bar{G} \sqrt{\bar{H}} \quad (8)$$

A aceleração da coluna d'água devida à variação da queda líquida na turbina, caracterizada pela segunda lei de Newton de movimento, pode ser expressa como:

$$(\rho L) \frac{dQ}{dt} = -(\rho a_g H) \quad (9)$$

Ou

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{a_g A}{L} (H_u - H_d - H_f) \quad (10)$$

Sendo:

$L$  = comprimento do conduto;

$\rho$  = densidade da água;

$t$  = tempo em segundos;

Então:

$\rho LA$  = massa de água dentro do conduto;

$\rho a_g H$  = mudança incremental da pressão no distribuidor da turbina;

Dividindo-se ambos os lados por  $\rho a_g H_b Q_b$ , a equação da aceleração normalizada, por unidade, fica:

$$\frac{LQ_b}{a_g H_b} \frac{d}{dt} \left( \frac{Q}{Q_b} \right) = - \frac{(H_u - H_s - H_f)}{H_b} \quad (11)$$

adotando-se  $H_0 = H_u$

então:

$$\frac{LQ_0}{a_g H_0} \frac{d\bar{Q}}{dt} = 1 - \bar{H}_d - \bar{H}_f \quad (12)$$

Ou

$$T_w \frac{d\bar{Q}}{dt} = 1 - \bar{H}_d - \bar{H}_f \quad (13)$$

Sendo  $T_w$  definido como:

$$T_w = \frac{LQ_0}{a_g AH_0} \quad (14)$$

$T_w$  é denominada constante de tempo de partida da água. Representa o tempo necessário para a queda  $H_0$  acelerar a água no conduto forçado, do repouso até a vazão nominal  $Q_0$  (sem carga).

A equação (13) representa uma importante característica de uma planta hidráulica, ou seja, quando uma pressão contrária é aplicada ao conduto, devido ao fechamento do distribuidor, faz com que a água do conduto desacelere. Isto é, se houver uma alteração positiva de pressão, haverá uma mudança negativa na aceleração.

A equação (13) pode ser expressa na forma:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \frac{1}{T_w} (1 - \bar{H}_d - \bar{H}_f) \quad (15)$$

A vazão necessária para que a turbina atinja a velocidade de rotação nominal, sem que o Gerador esteja conectado a uma carga elétrica, é denominada de vazão sem-carga  $Q_{NL}$ , ou  $\bar{Q}_{NL}$ , se for normalizada por unidade. A potência mecânica desenvolvida pela turbina é proporcional ao produto vazão e queda líquida, e depende da sua eficiência. Desta forma, a vazão líquida é a diferença entre a vazão medida e a vazão sem-carga, ou seja:

$$P_m = K_2 H (Q - Q_{NL}) \quad (16)$$

Sendo  $K_2$  uma constante de proporcionalidade

Devido ao fato de que a potência mecânica da turbina possui uma base diferente da potência elétrica do Gerador, utiliza-se uma constante denominada de ganho da turbina  $A_t$ , sendo, portanto, utilizada na forma normalizada por unidade, como segue:

$$\bar{P}_m = A_t \bar{H} (\bar{Q} - \bar{Q}_{NL}) \quad (17)$$

em que o fator  $A_t$  é introduzido para explicar a diferença as bases. O valor do fator  $A_t$  pode ser obtido considerando o funcionamento da turbina a carga nominal quando:

$$\bar{P}_m = A_t \bar{H}_r (\bar{Q} - \bar{Q}_{NL}) = \frac{\text{Potência da Turbina (MW)}}{\text{Potência nominal do Gerador (MVA)}} \quad (18)$$

E o índice  $r$  indica o valor dos parâmetros a carga nominal. Rearranjando a equação tem-se:

$$A_t = \frac{\text{Potência da Turbina (MW)}}{\text{Potência nominal do Gerador (MVA)}} \frac{1}{\bar{H}_r(\bar{Q} - \bar{Q}_{NL})} \quad (19)$$

Um efeito de amortecimento também presente, no segundo termo da equação (20), depende da abertura do distribuidor de modo que, em qualquer condição de carga da turbina, a energia pode ser expressa por:

$$P_m = A_t \bar{H}_r (\bar{Q} - \bar{Q}_{NL}) - K_D \bar{G} \Delta \bar{\omega} \quad (20)$$

onde  $K_D$  é o coeficiente de amortecimento e  $\Delta \bar{\omega}$  é a variação da velocidade de rotação.

O diagrama de blocos do modelo dinâmico da turbina hidráulica e dutos é apresentado na figura 20.

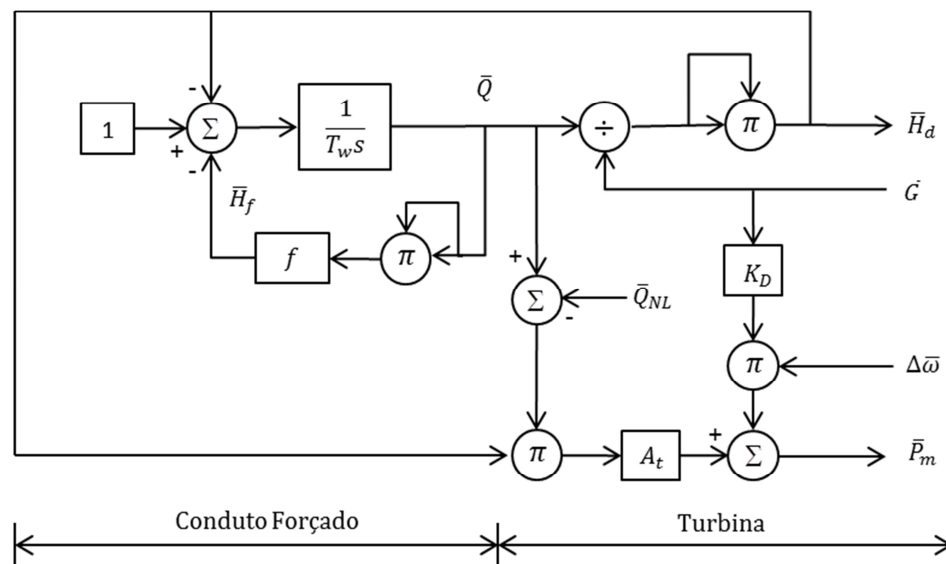


FIGURA 20 - Diagrama de blocos do modelo não linear da turbina e conduto forçado

Fonte: Adaptado de Machowski, Bialek e Bumby (2008).



### 3.2.1 Linearização do modelo da turbina

Conforme desenvolvido por Machowski, Bialek e Bumby (2008), e desprezando as perdas por atrito no conduto forçado e os efeitos das variações da velocidade de rotação, considerando-se as variações de vazão e queda, pode-se reescrever equação (15) no domínio da frequência como:

$$s\Delta\bar{Q} = -\frac{\Delta\bar{H}}{T_w} \quad (21)$$

Considerando-se a variação de vazão na equação (7), tem-se:

$$\Delta\bar{Q} = \frac{\partial\bar{Q}}{\partial\bar{G}}\Delta\bar{G} + \frac{\partial\bar{Q}}{\partial\bar{H}}\Delta\bar{H} \quad (22)$$

Analogamente, desprezando-se o efeito da variação da velocidade de rotação na equação (20), a variação de potencia fica:

$$\Delta\bar{P}_m = \frac{\partial\bar{P}_m}{\partial\bar{H}}\Delta\bar{H} + \frac{\partial\bar{P}_m}{\partial\bar{Q}}\Delta\bar{Q} \quad (23)$$

Baseado nas equações (21), (22) e (23), a função de transferência da potência mecânica, da turbina e conduto forçado, em relação à abertura do distribuidor, eliminando os termos  $\Delta\bar{H}$  e  $\Delta\bar{Q}$ , resulta em:

$$\frac{\Delta\bar{P}_m}{\Delta\bar{G}} = \frac{\frac{\partial\bar{Q}}{\partial\bar{G}}\frac{\partial\bar{P}_m}{\partial\bar{Q}} - sT_w\frac{\partial\bar{P}_m}{\partial\bar{H}}\frac{\partial\bar{Q}}{\partial\bar{G}}}{1 + sT_w\frac{\partial\bar{Q}}{\partial\bar{H}}} \quad (24)$$

Substituindo-se as derivadas parciais da equação (24), pelas seguintes constantes:

$$\frac{\partial\bar{Q}}{\partial\bar{G}} = \sqrt{H_0} \quad (25)$$

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial \bar{H}} = \frac{1}{2} \frac{G_0}{\sqrt{H_0}} \quad (26)$$

$$\frac{\partial \bar{P}_m}{\partial \bar{H}} = A_t(\bar{Q}_0 - \bar{Q}_{NL}) \approx A_t(\bar{Q}_0) \quad (27)$$

$$\frac{\partial \bar{P}_m}{\partial \bar{Q}} = A_t H_0 \quad (28)$$

Tem-se a função de transferência na forma linear ideal da turbina

$$\frac{\Delta \bar{P}_m}{\Delta \bar{G}} = \frac{1 - sT_w}{1 + s\frac{T_w}{2}} \quad (29)$$

Podendo ser reescrita como:

$$\frac{\Delta \bar{P}_m}{\Delta \bar{G}} = \frac{2 - 2sT_w}{2 + sT_w} \quad (30)$$

Comparando-se os modelos não linear, representado na figura 20, e o modelo ideal, da equação (30), para condições similares, em torno do ponto de operação, à partir de uma variação em degrau de 10%, em malha aberta, conforme mostrado na figura 21, evidencia-se o efeito da resposta inversa e o comportamento muito próximo de ambos os modelos.

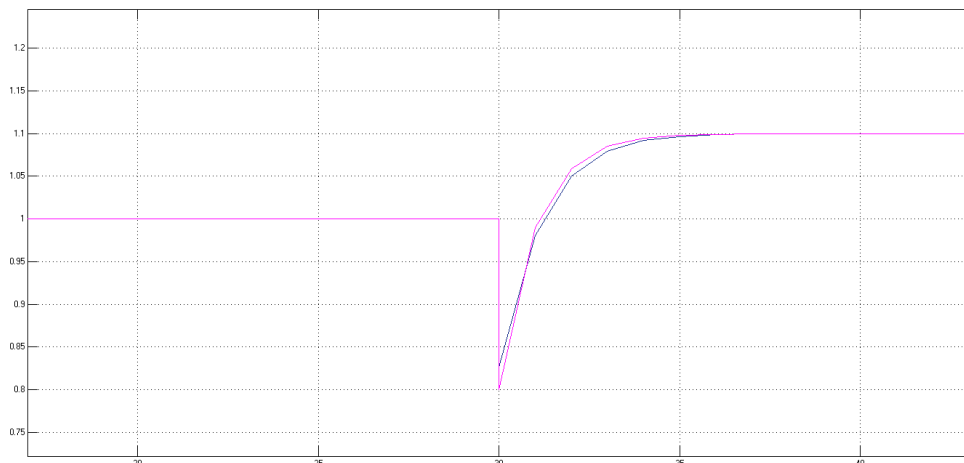


FIGURA 21 - Respostas em degrau (10%) dos modelos não linear (azul) e ideal (magenta) da turbina e conduto forçado  
Fonte: Autor (MATLAB).

### 3.2.2 Modelo não ideal linearizado da turbina

Diferentemente do modelo ideal, onde se despreza a variação da rotação, por conta de pequenos desvios próximos ao ponto de operação, no modelo não ideal linearizado, tanto a vazão quanto a potência mecânica variam em função da queda, da abertura do distribuidor e da velocidade de rotação da turbina, conforme as expressões a seguir:

$$\Delta \bar{Q} = \frac{\partial Q}{\partial H} \Delta \bar{H} + \frac{\partial Q}{\partial \omega} \Delta \bar{\omega} + \frac{\partial Q}{\partial G} \Delta \bar{G} \quad (31)$$

$$\Delta \bar{P}_m = \frac{\partial P_m}{\partial H} \Delta \bar{H} + \frac{\partial P_m}{\partial \omega} \Delta \bar{\omega} + \frac{\partial P_m}{\partial G} \Delta \bar{G} \quad (32)$$

A figura 22 representa o diagrama de blocos das equações (31) e (32).

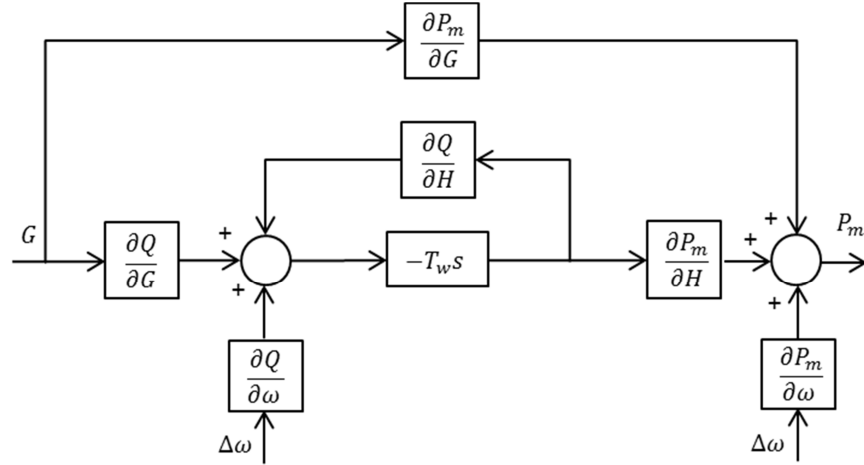


FIGURA 22 - Diagrama de blocos do modelo linearizado da turbina e conduto forçado

Fonte: Adaptado de Qian, Yi e Liu (2011)

Através de curvas denominadas de curvas de colina, levantadas experimentalmente pelo fabricante de cada turbina, determina-se seis coeficientes, um para cada derivada parcial das equações (31) e (32), e aplicáveis em diferentes faixas de operação da turbina, como por exemplo, na faixa próxima ao ponto de operação. Desta forma, mantém-se o modelo linear e com uma precisão melhor, e mais adequada as aplicações reais. As derivadas parciais das equações (31) e (32), são substituídas pelos coeficientes,  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{13}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{23}$ , sendo:

$$a_{11} = \frac{\partial Q}{\partial H}; a_{12} = \frac{\partial Q}{\partial \omega}; a_{13} = \frac{\partial Q}{\partial G};$$

e

$$a_{21} = \frac{\partial P_m}{\partial H}; a_{22} = \frac{\partial P_m}{\partial \omega}; a_{23} = \frac{\partial P_m}{\partial G};$$

Portanto as equações (31) e (32), ficam expressas como:

$$\Delta \bar{Q} = a_{11} \Delta \bar{H} + a_{12} \Delta \bar{\omega} + a_{13} \Delta \bar{G} \quad (33)$$

$$\Delta \bar{P}_m = a_{21} \Delta \bar{H} + a_{22} \Delta \bar{\omega} + a_{23} \Delta \bar{G} \quad (34)$$

A maioria dos trabalhos relacionados, a exemplo do relatório IEEE (1992), utiliza a simbologia dos coeficientes acima descritos, enquanto que os autores Qian, Yi e Liu (2011), Fang e Shen (2005), e outros, utilizam outra simbologia para os mesmos coeficientes, a saber,  $e_{qh}, e_{qx}, e_{qy}, e_h, e_x, e_y$ , equivalentes aos coeficientes  $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}$  e  $a_{23}$ , respectivamente.

Muitos autores utilizam o modelo não ideal linearizado, inclusive como conjuntos de coeficientes diferentes em função da carga, como é caso de Konidaris e Tegopoulos (1997) que levantaram curvas das variações dos coeficientes  $a_{11}, a_{21}$  e  $a_{23}$ , em função da carga demandada, através de dados experimentais de uma planta existente. Izena et al.(2006), aprimoraram o modelo da turbina Francis, à partir das curvas de colina, redefinindo outros cinco coeficientes, à partir de equações formadas pelas derivadas parciais, relacionando esses coeficientes com a abertura do distribuidor.

Conforme Kundur (1993), para os pontos de operação em que as variações de velocidade de rotação são pequenas, principalmente quando a unidade está sincronizada e conectada a um grande sistema, a componente  $\Delta \bar{\omega}$ , na maioria dos estudos, é desprezada, anulando-se os coeficientes  $a_{12}$  e  $a_{22}$ , resultando na seguinte simplificação:

$$\Delta \bar{Q} = a_{11} \Delta \bar{H} + a_{13} \Delta \bar{G} \quad (35)$$

e

$$\Delta \bar{P}_m = a_{21} \Delta \bar{H} + a_{23} \Delta \bar{G} \quad (36)$$

Os coeficientes  $a_{11}$  e  $a_{13}$  representam as derivadas parciais da vazão em relação à queda e a abertura do distribuidor, e os coeficientes  $a_{21}$  e  $a_{23}$ , correspondem às derivadas parciais da potência de saída da turbina em relação à queda líquida e a abertura do distribuidor. Esses coeficientes dependem da intensidade da carga e, portanto, são comumente considerados a partir do ponto de operação.

Baseado nas equações (35) e (36), a função de transferência da turbina e conduto forçado fica:

$$\frac{\Delta \bar{P}_m(s)}{\Delta \bar{G}(s)} = a_{23} \frac{1 + (a_{11} - a_{13}a_{21}/a_{23})T_w s}{1 + a_{11}T_w s} \quad (37)$$

Desta forma, pode-se afirmar que, para os coeficientes  $a_{11} = 0,5$  ;  $a_{12} = 0$  ;  $a_{13} = 1,0$  ;  $a_{21} = 1,5$  ;  $a_{22} = 1,0$  e  $a_{23} = 0$  , o modelo linear ideal (29) é uma particularização do modelo não ideal linearizado.

### 3.2.3 Modelo não ideal linearizado elástico da turbina

Conforme descrito por Sanathanan (1987), considerando-se o efeito dos transitórios nos dutos, a função de transferência da variação da queda em função da vazão passa a ser:

$$\frac{\Delta \bar{H}(s)}{\Delta \bar{Q}(s)} = -Z_p \tanh(T_e s + f) \quad (38)$$

Sendo  $Z_p$  a impedância hidráulica do conduto forçado, e  $T_e$  a constante de tempo da elasticidade da água no conduto forçado.

$$Z_p = \frac{T_w}{T_e} \quad (39)$$

utilizando a equação (40) na equação (39) tem-se:

$$\frac{\Delta P_m(s)}{\Delta G(s)} = \frac{a_{23} + (a_{11}a_{23} - a_{21}a_{13})Z_p \tanh(T_e s + f)}{1 + a_{11}Z_p \tanh(T_e s + f)} \quad (40)$$

Utilizando os coeficientes padrões para o modelo linear ideal:

$$a_{11} = 0,5 ; a_{13} = 1,0 ; a_{21} = 1,5 ; a_{23} = 1,0 ;$$

E, desprezando o efeito do atrito nas paredes do conduto forçado, fazendo  $f = 0$ , fica:

$$\frac{\Delta P_m(s)}{\Delta G(s)} = \frac{1 - Z_p \tanh(T_e s)}{1 + 0,5 Z_p \tanh(T_e s)} \quad (41)$$

Sendo:

$$\tanh(s T_e) = \frac{1 - e^{-2T_e s}}{1 + e^{-2T_e s}} \quad (42)$$

Fazendo a aproximação finita pelo método das expansões por produtos infinitos, temos:

$$\tanh(T_e s) = \frac{T_e s \prod_{n=1}^{\infty} \left[ 1 + \left( \frac{T_e}{n\pi} s \right)^2 \right]}{\prod_{n=1}^{\infty} \left[ 1 + \left( \frac{2T_e}{(2n-1)\pi} s \right)^2 \right]} \quad (43)$$

Para  $n=0$ , resulta em:

$$\tanh(T_e s) \cong T_e s$$

Então:

$$\frac{\Delta P_m(s)}{\Delta G(s)} = \frac{1 - Z_p (T_e s)}{1 + 0,5 Z_p (T_e s)} \quad (44)$$

$$\frac{\Delta P_m(s)}{\Delta G(s)} = \frac{1 - \frac{T_w}{T_e} (T_e s)}{1 + 0,5 \frac{T_w}{T_e} (T_e s)} \quad (45)$$

Analisando as funções de transferência acima, utilizando o exemplo de Kishor, Saini e Singh (2005), com as constantes  $T_e = 0,332s$  e  $T_w = 2,23s$ , segue na figura 23, o diagrama de bode para  $n=0$ ;

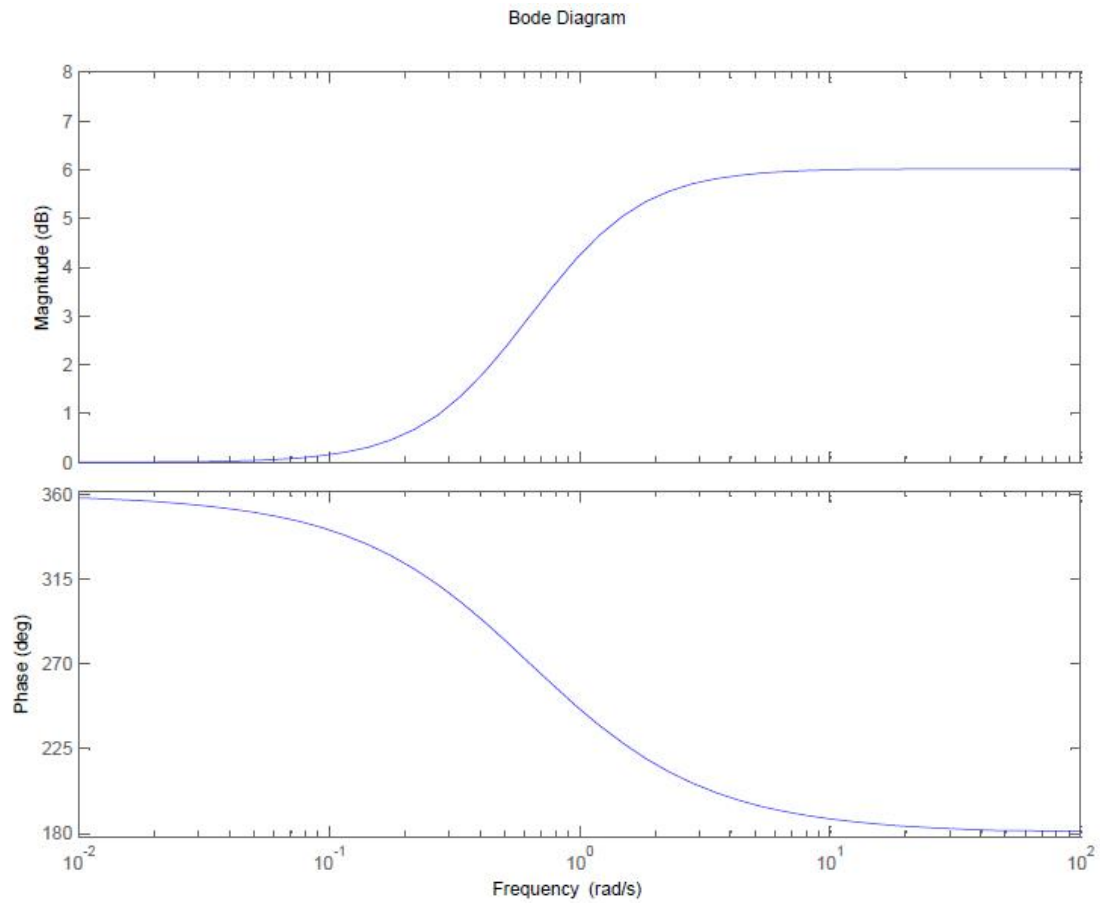


FIGURA 23 – Diagrama de Bode para a aproximação finita com  $n=0$ .  
Fonte: Autor (MATLAB)



Para  $n=1$ , resulta em:

$$\tanh(T_e s) = T_e s \frac{\left[1 + \left(\frac{T_e}{\pi} s\right)^2\right]}{\left[1 + \left(\frac{2T_e}{\pi} s\right)^2\right]} \quad (46)$$

Resulta em:

$$\frac{\Delta P_m(s)}{\Delta G(s)} = \frac{1 - Z_p T_e s \frac{\left[1 + \left(\frac{T_e}{\pi} s\right)^2\right]}{\left[1 + \left(\frac{2T_e}{\pi} s\right)^2\right]}}{1 + 0,5 Z_p T_e s \frac{\left[1 + \left(\frac{T_e}{\pi} s\right)^2\right]}{\left[1 + \left(\frac{2T_e}{\pi} s\right)^2\right]}} \quad (47)$$

$$\frac{\Delta P_m(s)}{\Delta G(s)} = \frac{\frac{T_w T_e^2}{\pi^2} s^3 - \frac{4T_e^2}{\pi^2} s^2 + T_w s - 1}{-\frac{T_w T_e^2}{2 \pi^2} s^3 - \frac{4T_e^2}{\pi^2} s^2 - \frac{T_w}{2} s - 1} \quad (48)$$

segue na figura 24 o diagrama de Bode para  $n=1$ ;

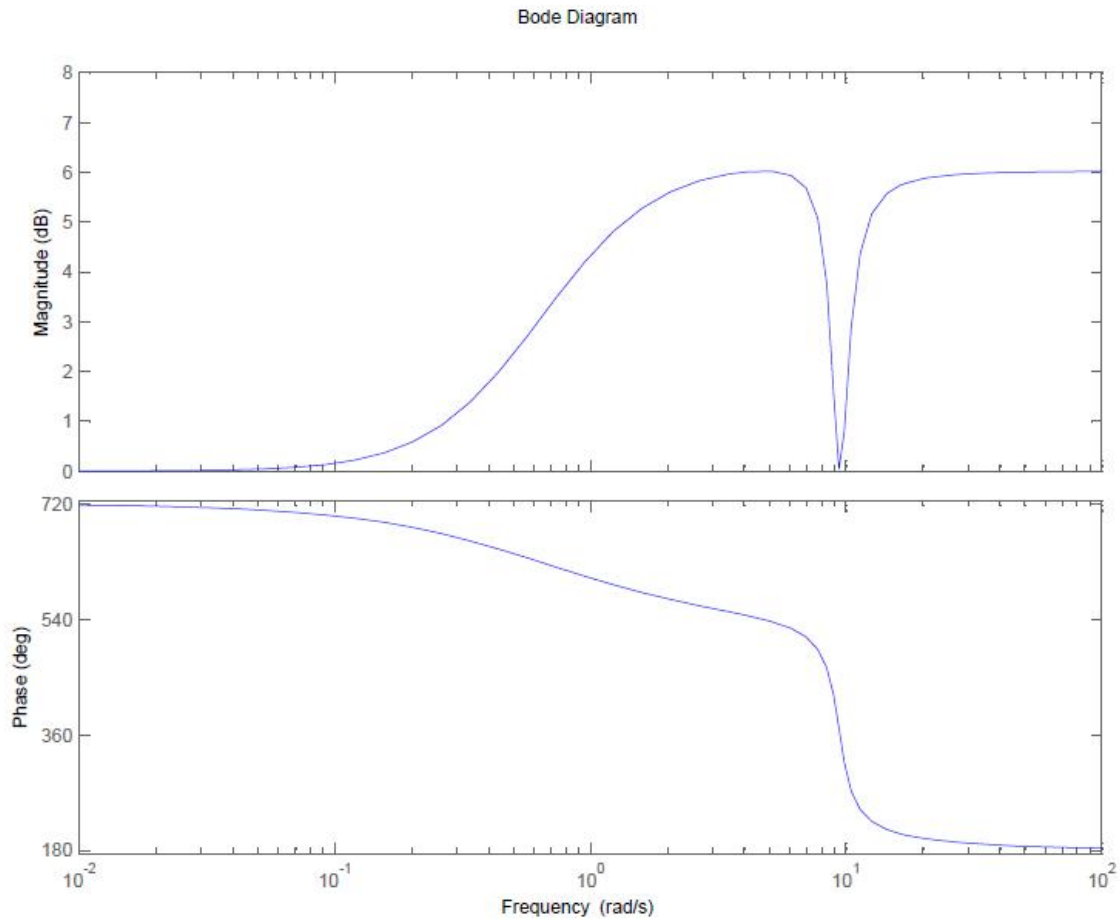


FIGURA 24 – Diagrama de Bode para a aproximação finita com  $n=1$ .  
Fonte: Autor (MATLAB)

Para  $n=2$ , resulta em:

$$\tanh(T_e s) = T_e s \frac{\left[1 + \left(\frac{T_e}{\pi} s\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{T_e}{2\pi} s\right)^2\right]}{\left[1 + \left(\frac{2T_e}{\pi} s\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{2T_e}{3\pi} s\right)^2\right]} \quad (49)$$

$$\frac{\Delta P_m(s)}{\Delta G(s)} = \frac{1 - \frac{T_w}{T_e} T_e s \frac{\left[1 + \left(\frac{T_e}{\pi} s\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{T_e}{2\pi} s\right)^2\right]}{\left[1 + \left(\frac{2T_e}{\pi} s\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{2T_e}{3\pi} s\right)^2\right]} \quad (50)$$

$$1 + \frac{T_w}{2T_e} T_e s \frac{\left[1 + \left(\frac{T_e}{\pi} s\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{T_e}{2\pi} s\right)^2\right]}{\left[1 + \left(\frac{2T_e}{\pi} s\right)^2\right] \left[1 + \left(\frac{2T_e}{3\pi} s\right)^2\right]}$$

Resultando em:

$$\frac{P_m}{y} = \frac{-\frac{T_e^4 T_w}{4\pi^4} s^5 + \frac{16T_e^4}{9\pi^4} s^4 - \frac{5T_e^2 T_w}{4\pi^2} s^3 + \frac{40T_e^2}{9\pi^2} s^2 - T_w s + 1}{\frac{T_e^4 T_w}{8\pi^4} s^5 + \frac{16T_e^4}{9\pi^4} s^4 + \frac{5T_e^2 T_w}{8\pi^2} s^3 + \frac{40T_e^2}{9\pi^2} s^2 + \frac{T_w}{2} s + 1} \quad (51)$$

segue na figura 25 o diagrama de Bode para n=2;

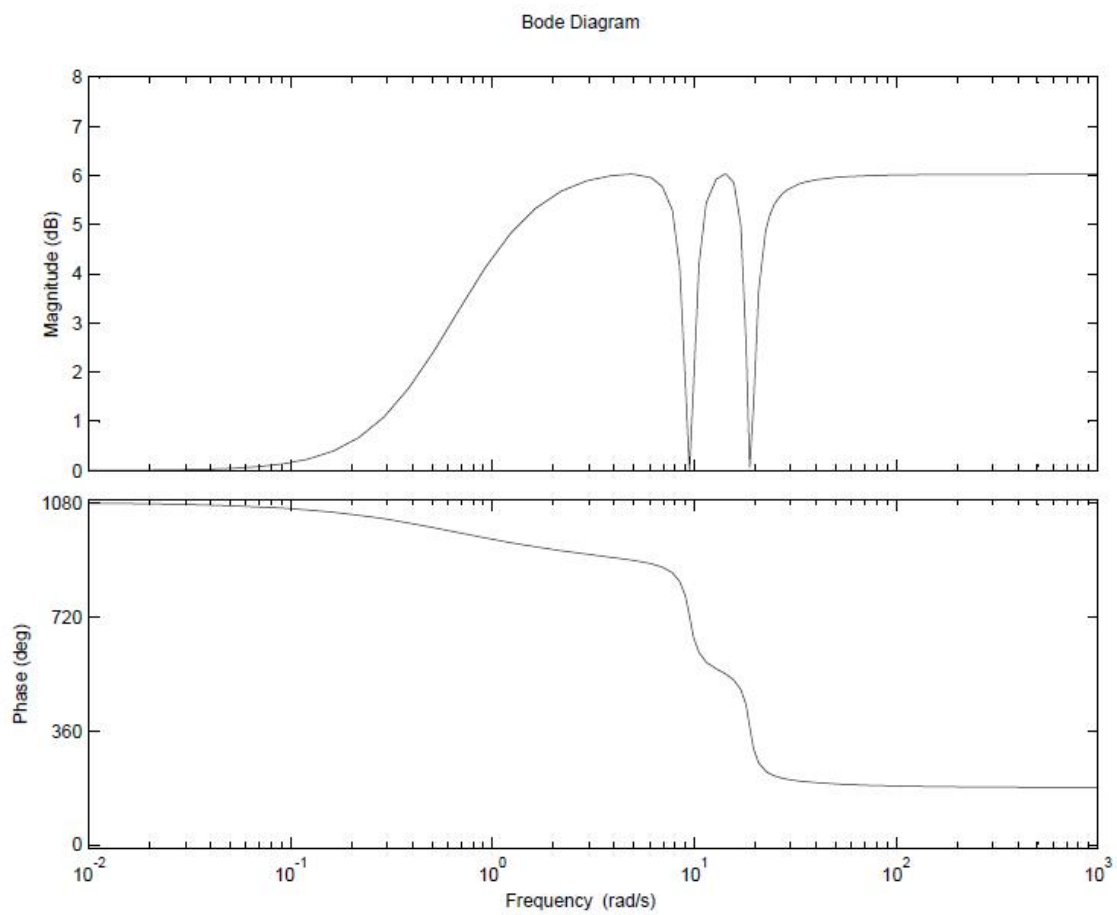


FIGURA 25 - - Diagrama de Bode para a aproximação finita com  $n=2$ .  
Fonte: Autor (MATLAB)

### 3.3 Gerador

Conforme descrito por Kundur (1993), o gerador recebe a ação do torque mecânico da turbina ( $M_m$ ), pelo eixo do rotor, e produz um torque eletromagnético ( $M_e$ ), de sentido inverso, representado pela equação de balanço:

$$M_a = M_m - M_e \quad (52)$$

Onde:

$M_a$  = torque de aceleração em N.m

$M_m$  = torque mecânico em N.m.

$M_e$  = torque eletromagnético, ou torque da carga, em N.m.

A equação de balanço (55) está diretamente relacionada à equação diferencial que descreve a aceleração ou desaceleração do gerador síncrono e da turbina, devidas a algum desequilíbrio entre o torque mecânico e torque eletromagnético. Essa equação é denominada de equação de movimento do gerador, como segue:

$$W \frac{d\omega}{dt} = M_a \quad (53)$$

Onde:

$W$  = momento de inércia combinado do gerador e a turbina, em kg.m<sup>2</sup>

$\omega$  = velocidade de rotação do rotor, em rad/s

$t$  = tempo, em segundos

É definida como constante de inércia de uma máquina síncrona ( $I$ ), a energia cinética devida à velocidade de rotação síncrona (ou nominal), dividida pela sua potência aparente

nominal, como segue:

$$I = \frac{1}{2} \frac{W \omega_r^2}{S_r} \quad (54)$$

sendo  $S_r$  a potência aparente nominal e  $\omega_r$  a velocidade de rotação nominal. Isolando o momento de inércia do conjunto turbina e gerador, vem:

$$W = \frac{2I}{\omega_r^2} S_r \quad (55)$$

Expressando a equação de movimento em termos da constante de inércia ( $I$ ), e substituindo a equação (56) em (58), vem:

$$\frac{2I}{\omega_r^2} S_r \frac{d\omega}{dt} = M_m - M_e \quad (56)$$

rearranjando fica:

$$2I \frac{d}{dt} \left( \frac{\omega}{\omega_r} \right) = \frac{M_m - M_e}{\frac{S_r}{\omega_r}} \quad (57)$$

Sendo que  $M_r = \frac{S_r}{\omega_r}$ , o torque de aceleração normalizado (por unidade), então:

$$2I \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \bar{M}_m - \bar{M}_e \quad (58)$$

Das equações acima, resulta:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_r} \quad (59)$$

Sendo  $\delta$  é a posição angular do rotor em radianos, relativos à rotação síncrona, e  $\delta_0$  é a posição angular no instante  $t = 0$ , então:

$$\delta = \omega_r t - \omega_0 t + \delta_0 \quad (60)$$

diferenciando, tem-se:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - \omega_r = \Delta\omega \quad (61)$$

e

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(\Delta\omega)}{dt} = \omega_r \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \omega_r \frac{d(\Delta\bar{\omega})}{dt} \quad (62)$$

Substituindo  $\frac{d\bar{\omega}}{dt}$  da equação (61), pela equação (65), tem-se uma nova forma da equação de movimento:

$$\frac{2I}{\omega_r} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \bar{M}_m - \bar{M}_e \quad (63)$$

sendo:

$$\Delta\bar{\omega} = \frac{\Delta\omega}{\omega_r} = \frac{1}{\omega_r} \frac{d\delta}{dt} \quad (64)$$

Na prática, é acrescentado um novo termo à equação (67), que é uma constante proporcional ( $K_D$ ), que atua sobre a variação da velocidade de rotação  $\Delta\bar{\omega}$ , conforme segue:

$$2I \frac{d\omega}{dt} + K_D \Delta\bar{\omega} = \bar{M}_m - \bar{M}_e \quad (65)$$

ou

$$\frac{2I}{\omega_r} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + K_D \frac{1}{\omega_r} \frac{d\delta}{dt} = \bar{M}_m - \bar{M}_e \quad (66)$$

Onde  $K_D$  é o coeficiente de amortecimento, (ou constante de auto regulação da carga), que é determinado pelos dados do projeto ou de forma experimental.

A equação (69) representa a equação de movimento de uma máquina síncrona. Ela é comumente referida como equação, por representar as oscilações no ângulo  $\delta$  do rotor, durante as perturbações.

Integrando-se a equação (61), tem-se:

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2I} \int_0^t \bar{M}_a dt \quad (67)$$

O intervalo de tempo em que o gerador, a partir do estado de repouso, atinge a velocidade nominal, quando um torque de aceleração igual 1 pu é aplicado, é definido como constante de tempo de partida mecânica do gerador, e é representado por  $T_M$ .

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2I} \int_0^{T_M} 1.0 dt = \frac{T_M}{2I} \quad (68)$$

Portanto,

$$T_M = 2I \text{ (em segundos)} \quad (69)$$



Conforme definido anteriormente, a constante de inércia é dada pela equação (55)

$$I = \frac{\text{Energia cinética na velocidade nominal em MW.s}}{\text{Potencia Aparente nominal em MVA}} \quad (70)$$

então

$$\text{Energia cinética na vel. nominal} = \frac{1}{2} W \omega_r^2 \times 10^{-6} \quad \text{MWs} \quad (71)$$

Onde:

$W$  = momento de inércia em  $\text{kg.m}^2$

$\omega_r$  = velocidade nominal em rad/s ou  $2\pi \frac{\text{RPM}}{60}$

Portanto,

$$I = \frac{1}{2} \frac{W \omega_r^2 \times 10^{-6}}{S_r} \quad (72)$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{W \left(2\pi \frac{\text{RPM}}{60}\right)^2 \times 10^{-6}}{S_r} \quad (73)$$

$$I = 5.48 \times 10^{-9} \frac{W (\text{RPM})^2}{S_r} \quad (74)$$

Como representação para estudo do sistema, tem-se as equações (64) e (65), expressas como duas equações diferenciais de primeira ordem, como segue:

$$\frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{1}{T_M} (\bar{M}_m - \bar{M}_e - K_D \Delta\bar{\omega}) \quad (75)$$

e

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r \Delta\bar{\omega} \quad (76)$$

Nas equações acima, o tempo  $t$  é, em segundos, o ângulo do rotor é em radianos e  $\omega_r$  é igual a  $2\pi f$ .

Segue na figura 26 o diagrama de blocos que representa a equação (75)

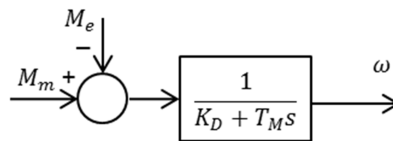


FIGURA 26 – Diagrama de blocos da função de transferência do gerador à partir da variação do torque.  
Fonte: Autor

Para estudos de frequência e carga, prefere-se expressar as equações acima em termos de potência mecânica e elétrica, ao invés de torque. A relação entre torque e potência pode ser expressa como:

$$P = \omega M \quad (77)$$

Considerando as pequenas variações representadas pelo prefixo  $\Delta$ , e índice  $0$  representando os valores no instante inicial, pode-se escrever as seguintes relações

$$P = P_0 + \Delta P \quad (78)$$

$e$

$$M = M_0 + \Delta M \quad (79)$$

$$\omega = \omega_r + \Delta\omega \quad (80)$$

da equação (77), vem:

$$P_0 + \Delta P = (\omega_r + \Delta\omega)(M_0 + \Delta M) \quad (81)$$

Que pode ser simplificada para:

$$\Delta P = \omega_r \Delta M + M_0 \Delta\omega \quad (82)$$

Portanto,

$$\Delta P_m - \Delta P_e = \omega_r (\Delta M_m - \Delta M_e) (M_{m0} - M_{e0}) \Delta\omega \quad (83)$$

Uma vez que, em regime permanente, os torques mecânico e elétrico são iguais,  $M_{m0} = M_{e0}$ . Expressando a velocidade em p.u.,  $\omega_r = 1$ . Então,

$$\Delta P_m - \Delta P_e = \Delta M_m - \Delta M_e \quad (84)$$

Sem um intervalo de variações de velocidade, com as quais estamos considerando, a potência da turbina fica sendo essencialmente uma função da posição do distribuidor e

independe da frequência.

A figura 27 representa um diagrama de blocos em termos de  $\Delta P_m$  e  $\Delta P_e$ , como segue:

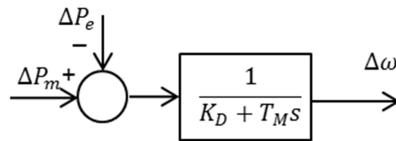


FIGURA 27 – Diagrama de blocos da função de transferência do gerador a partir da variação da potência.

Fonte: Autor

A medição de velocidade  $\omega$  é feita por um sensor de proximidade e ressaltos no eixo. Em movimento, os ressaltos passam em frente do sensor, gerando pulsos que são enviados a um conversor de frequência, que converte o sinal para uma tensão no intervalo de 0 a 10V. Esse conversor, normalmente, opera na faixa de 1.000 a 50.000 Hz. Desta forma, essa medição não possui atrasos, e sua precisão é menor em velocidades baixas. Como na aplicação estudada, a velocidade de rotação ficará próxima da velocidade nominal, a influência do medidor de velocidade no modelo dinâmico é desprezível.

### 3.4 Controlador

Conforme descrito no item 2.5.2, os reguladores de velocidade tem a função de controlador no modelo dinâmico de uma unidade de geração hidrelétrica, através do controle da abertura do distribuidor da turbina. Basicamente os reguladores de velocidade são classificados em dois tipos, o mecânico-hidráulico e o eletro-hidráulico.

#### 3.4.1 Regulador mecânico-hidráulico

Conforme ilustrado na figura 8, o primeiro regulador de velocidade de turbinas hidrelétricas foi o modelo mecânico-hidráulico, que utilizava o controle centrífugo de Watt. Conforme descrito por Ramey e Skooglund (1970), a figura 28 ilustra o diagrama de blocos do modelo matemático apresentado por Kundur (1993).

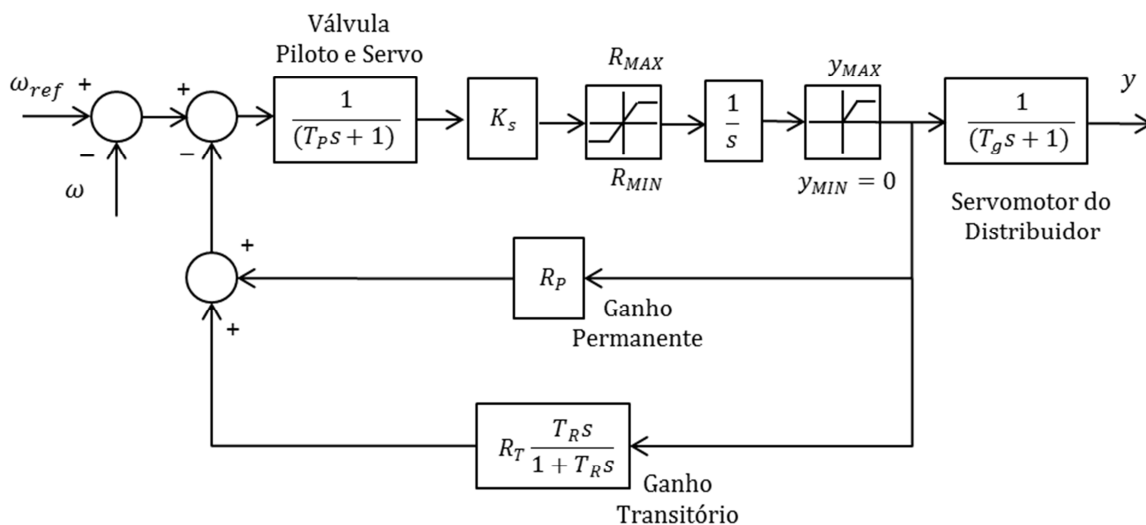


FIGURA 28 - Modelo do regulador hidráulico-mecânico  
Fonte: Adaptado de Kundur (1993)

A função de transferência do servomotor do distribuidor é:

$$\frac{y}{b} = \frac{K_1}{s} \quad (85)$$

A função de transferência da válvula piloto com o servomotor piloto é:

$$\frac{b}{a} = \frac{K_2}{1 + T_p s} \quad (86)$$

Onde  $K_2$  é determinado pela razão entre a alavanca de realimentação e  $T_p$  e pela relação entre a válvula piloto e  $K_2$ .

Combinando as equações (85) e (86), vem:

$$\frac{y}{a} = \frac{K_1 K_2}{s(1 + T_p s)} = \frac{K_s}{s(1 + T_p s)} \quad (87)$$

O ganho do servomotor  $K_s$  é determinado pela razão entre a realimentação da alavanca e a válvula de distribuição do distribuidor. O tempo de resposta do regulador,  $T_g = 1/K_s$  está relacionado com o tempo de fechamento do distribuidor  $T_c$ , onde  $T_c$  é o tempo necessário para o fechamento completo do distribuidor, na máxima velocidade, na faixa de 5 a 10 segundos. Assumindo que a vazão de amortecimento do fluido através da válvula agulha seja proporcional à pressão de amortecimento, a função de transferência é:

$$\frac{c}{y} = R_T \frac{T_R s}{1 + T_R s} \quad (88)$$

O ganho transitório  $R_T$  é determinado pelo ajuste da posição da alavanca ponto-pivot, conectada à entrada do pistão. O tempo de reset  $T_R$  é determinado pelo ajuste da válvula agulha.

O sinal de entrada da válvula piloto é resultado da combinação das ações do sistema de alavancas flutuantes, a referência de velocidade, a velocidade do eixo e os sinais dos ganhos permanente e transitório.

$$a = \omega_{ref} - \omega_s - R_P y - R_T \frac{T_R s}{1 + T_R s} \quad (89)$$

A combinação das equações anteriores resulta em:

$$\frac{y}{\omega_{ref} - \omega_s} = \frac{\frac{1}{R_P}(1 + T_R s)}{\frac{T_P T_R T_g s^3}{R_P} + \frac{(T_P + T_R) T_g s^2}{R_P} + \frac{(T_P + T_R)(R_P + R_T) s}{R_P} + 1} \quad (90)$$

O diagrama de blocos da figura 28 representa o sistema de um regulador mecânico-hidráulico adequado para análise de estabilidade.

### 3.4.2 Regulador eletro-hidráulico

A partir de 1970, reguladores de velocidade eletro-hidráulicos tornaram-se populares. Quanto à sua funcionalidade, a operação de um regulador eletro-hidráulico é muito semelhante aos dos reguladores mecânico-hidráulicos. As funções de detecção de velocidade, rampas de inclinação temporária, inclinação permanente, outras medições e cálculos, são realizadas por controladores microprocessados, programados com os algoritmos dedicados, na sua maioria os controladores PID. Os componentes elétricos proporcionam maior flexibilidade e melhor desempenho em relação a bandas-mortas e defasagens de tempo resultantes de dispositivos mecânicos. As características dinâmicas dos reguladores eletrônicos são normalmente ajustadas para serem essencialmente semelhantes aos dos reguladores mecânico-hidráulicos. Devido à flexibilidade proporcionada pelos controladores microprocessados, desenvolveram-se muitas estratégias alternativas de controle. As aplicações mais comuns podem ser divididas em dois grupos, o grupo que utiliza o modelo oriundo do controlador mecânico-hidráulico, e o grupo que utiliza o controlador do tipo PID. Nesse último, destacam-se o modo velocidade e o modo potência.

A modalidade de controlador denominada regulador de ganhos transitório e permanente é baseada nas funções de transferência do regulador mecânico-hidráulico, utilizando-se da flexibilidade de programação dos microprocessadores, mediante os dados construtivos do conjunto mecânico-hidráulico da planta hidrelétrica. A forma dos três componentes em paralelo possuem características semelhantes às do controlador PID. As constantes  $R_P$ ,  $R_T$  e  $T_R$ , conforme descritos no item anterior. Na figura 29 é representado o diagrama de blocos do Regulador de ganhos transitório e permanente.

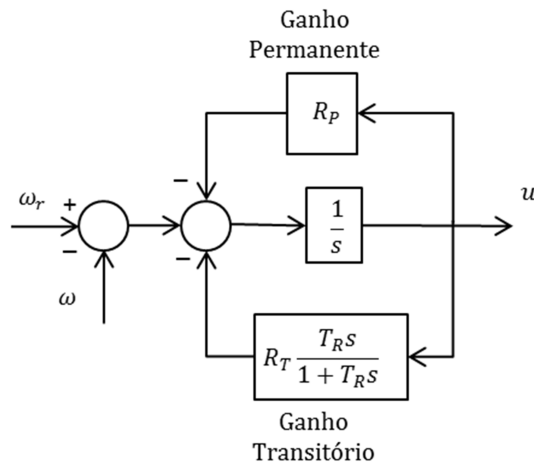


FIGURA 29 - Diagrama de blocos do controlador com ganho transitório  
 Fonte: Adaptado de Pico e MacCalley (2011)

O controlador PID modo velocidade, ou modo isócrono se aplica no estágio inicial, quando a velocidade de rotação do rotor parte do repouso e chega até a velocidade nominal, sem carga conectada. Além disso, também se aplica no caso em que há a conexão de uma carga isolada, ou seja, não existem outras variáveis externas que atuam diretamente na planta, conforme figura 30.

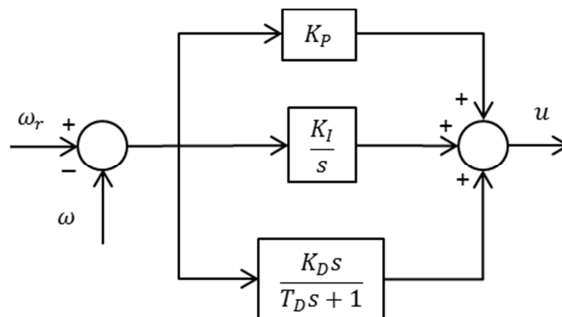


FIGURA 30 – Diagrama de blocos do Controlador PID - modo isócrono  
 Fonte: Adaptado de Pico e MacCalley (2011)

O controlador PID modo potência, ou modo estatismo, é aplicado para o caso em que exista mais de uma unidade geradora em paralelo e com conexão a sistemas de cargas mais complexos, como no caso dos sistemas elétricos, o controlador em modo isócrono não seria



eficiente na correção das variações impostas pelo sistema. O princípio de funcionamento desse modo de controle é baseado em dois conceitos:

- A velocidade de rotação é imposta pelo sistema ao qual a unidade geradora está conectada, e faz com que o gerador mantenha a mesma velocidade;
- Existe uma relação de proporcionalidade entre a potência gerada e a velocidade de rotação do rotor, essa constante é determinada pelo projeto construtivo do conjunto turbina e gerador.

Baseado nesses dois conceitos é estabelecida uma realimentação da variação da potência, convertida em variação da velocidade de rotação, através da constante de proporcionalidade, comportando-se como uma rampa com inclinação suficientemente adequada para que o gerador acomode a variação de potência a tempo de que a velocidade não sofra variações significativas. Na figura 31 é representado o diagrama de blocos de um controlador PID, modo potência ou estatismo.

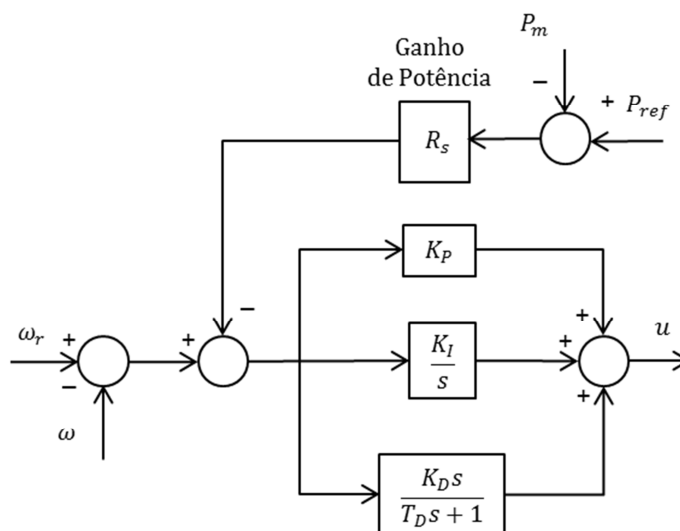


FIGURA 31 - Diagrama de blocos do controlador PID - modo estatismo  
Fonte: Adaptado de Pico e MacCalley (2011)

### 3.5 Modelo consolidado

Conforme descrito nos itens 3.1, 3.2 e 3.3, o modelo consolidado, formado por atuador, turbina e gerador é representado no diagrama de blocos da figura 32.

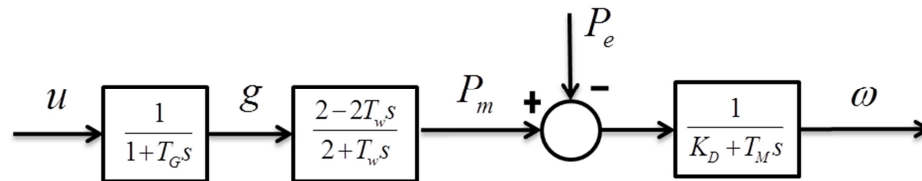


FIGURA 32 – Modelo consolidado  
Fonte: Autor.

A resposta em degrau unitário em  $u$  do modelo consolidado é representada na figura 33. É evidenciada a resposta inversa nos primeiros segundos e a estabilização entre 60 e 70 segundos.

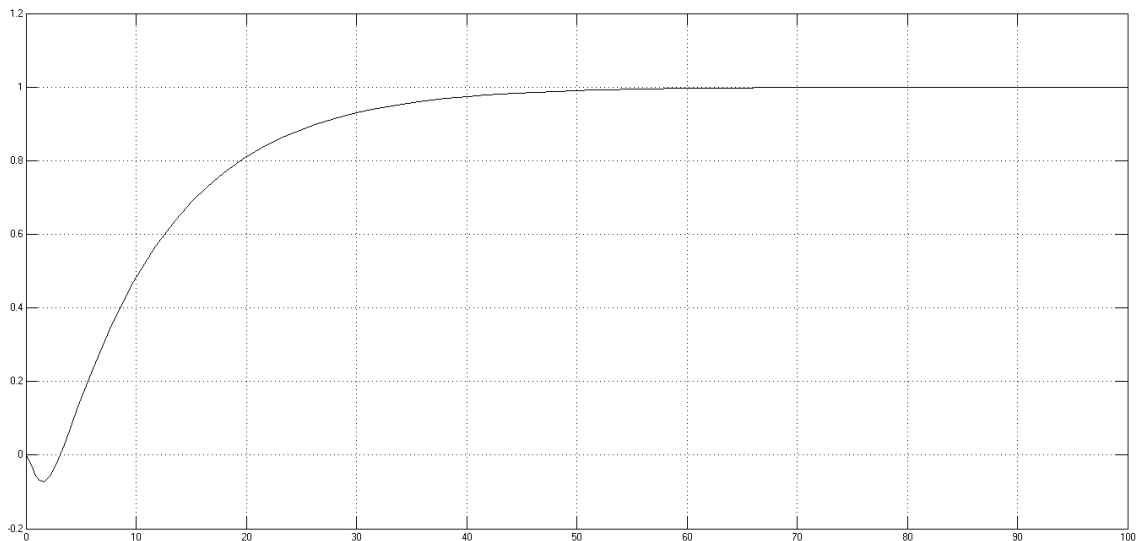


FIGURA 33 – Resposta em degrau unitário do modelo consolidado  
Fonte: Autor(MATLAB)..

O modelo consolidado, incorporando o controlador *PID* em malha fechada, é representado no diagrama de blocos da figura 34.

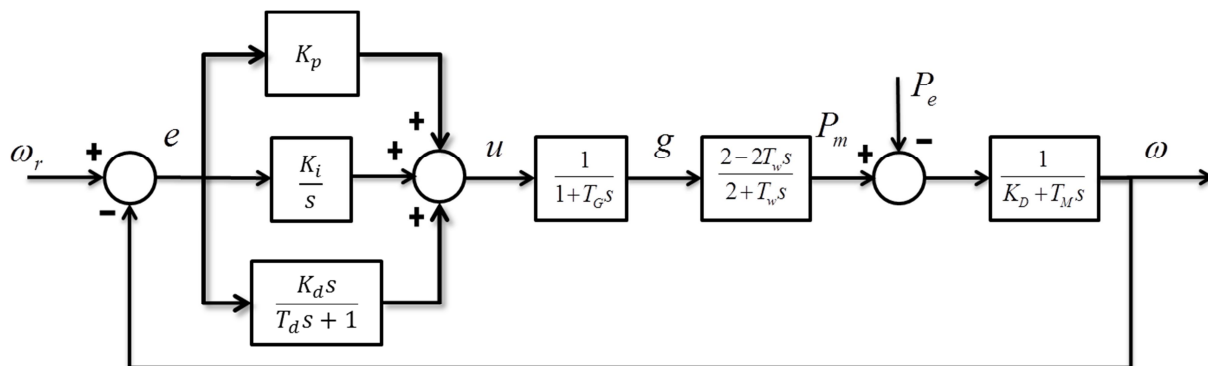


FIGURA 34 – Modelo consolidado, em malha fechada, com o controlador *PID*  
Fonte: Autor.

## 4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na engenharia de controle existe uma vasta classe de problemas que consistem em resolver um sistema de equações diferenciais ordinárias para encontrar as variáveis, como velocidade, temperatura, deslocamento, etc., dadas as informações de decisão necessárias, como bandas mortas, condições iniciais e de contorno, etc. Entretanto, para os problemas reais são muito comuns situações em que a informação de decisão seja incompleta e contenha erros, e, por outro lado, exista alguma informação sobre as variáveis de estado, obtida de outra simulação ou de algum tipo de observação (dados observados). É o caso, por exemplo, do controle de uma turbina hidráulica de uma planta hidrelétrica.

Uma forma natural de resolver esse tipo de problema, utilizando toda a informação de decisão, é interpretá-lo como um problema de otimização. Ou seja, minimizar alguma função objetivo escolhida como a distância entre os dados observados e as variáveis de estado, sujeitas à discretização do sistema. Esta solução é denominada Otimização Numérica.

A solução numérica do problema de controle ótimo pode ser classificada em dois métodos, o método indireto e o método direto. O método indireto, na prática, é muitas vezes ineficiente, como no caso descrito por Murty (2008), onde foi desenvolvida uma aplicação do controle ótimo, para o controle de frequência de uma turbina hidráulica, de uma única unidade geradora, utilizando as equações de estado, aplicando a solução do problema do regulador linear e resolvendo a matriz algébrica de Riccati. No entanto, o próprio autor faz ressalvas quanto à eficácia da aplicação. Descreve o método como impraticável pelas seguintes razões:

- a) O Controle ótimo é função de todos os estados do sistema. Na prática, nem todos os estados estão disponíveis;
- b) O controle, por ser função dos estados, depende da carga demandada. A precisão na previsibilidade dessa demanda é essencial para a execução dos cálculos do controle ótimo;
- c) O controle ótimo depende também das matrizes de ponderação, que por sua vez não são únicas;

- d) Nas aplicações práticas, é comum a ocorrência de certo número de restrições. Estas restrições podem surgir, ou por motivos físicos, ou pelas características de projeto ou ainda, por requisitos de operação. As restrições podem ser igualdades ou desigualdades e podem envolver variáveis de controle, estado, ou ambos.

No método direto, as aplicações são baseadas na transformação do problema original de controle ótimo, em um problema Programação Não Linear (PNL), por discretização do estado e controle, e, em seguida, resolve-se o problema PNL resultante.

Com base na discretização do estado e controle, os métodos diretos podem ser classificados em três diferentes tipos:

- a) A primeira abordagem é baseada na parametrização das variáveis de estado e controle. Tanto o controle como o estado são discretizados e, em seguida, a discretização resultante é resolvida através de um algoritmo que resolva a PNL;
- b) A segunda abordagem é a parametrização de controle, de modo que o índice de desempenho e os estados podem ser resolvidos por integração numérica. Esta abordagem é conhecida como parametrização controle e sua ideia é aproximar as variáveis de controle e calcular as variáveis de estado, integrando as equações de estado. As variáveis de controle podem ser aproximadas pela escolha de uma função apropriada, com um número finito de parâmetros desconhecidos;
- c) A terceira abordagem é baseada somente na parametrização de estado, resolvendo o problema de controle ótimo, sem restrições não lineares, transformando-os em uma sequência de problemas de programação quadrática e parametrização do estado.

Neste trabalho será aplicado o primeiro tipo, com base discretização das variáveis de estado e de controle. Uma variedade desses métodos diretos foi desenvolvida e aplicada, dentre eles o método da colocação direta (*direct transcription*), destacam-se Subchan e Zbikowsky (2009), e Betts (2010), têm se destacado no aprofundamento desta técnica. Para a maioria dos problemas, este método é robusto, necessitando de uma interação mínima do

usuário para definir o problema, sem quaisquer derivações analíticas adicionais, e tratando as restrições automaticamente.

O método da colocação direta, na resolução de problemas de controle ótimo, parametriza as variáveis dinâmicas utilizando valores em pontos ordenados num intervalo de tempo, ou seja, transcreve o problema para um problema de programação não linear finita.

A colocação direta é muitas vezes utilizada em processos industriais, por ser uma alternativa de mais fácil formulação nos problemas complexos. O problema do controle é totalmente discretizado no tempo (e no espaço, se for necessário), e, em seguida, torna-se um problema de otimização dimensional finito, e é passado para uma programação de código não linear (PNL). Após a solução do problema PNL, a solução é avaliada e se não for adequada, a malha temporal é refinada e um novo problema PNL, é resolvido.

Para exemplificar o processo da colocação direta, de um modo bem simples, propõe-se o seguinte sistema de controle representado pelo diagrama de blocos da figura 35.

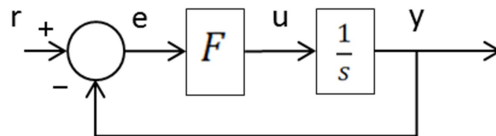


Figura 35 – Diagrama de blocos do exemplo simplificado do método de colocação direta

Fonte: Autor

Após um degrau  $0 \rightarrow 1$ , determinar o valor da constante  $F$ , para que no tempo  $T = 4$ , a saída  $y$  seja 0,99. Sendo  $F$  uma constante de ganho desconhecida, que define o controlador, adota-se uma discretização em que os intervalos de tempo ( $T = 1$ ) sejam suficientemente pequenos para que seja feita a seguinte aproximação:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left( \frac{y(k+1) - y(kT)}{T} \right) \approx y(k+1) - y(k) \quad (91)$$

Dai,

$$y_{(k+1)} - y_{(k)} = u_{(k)} \quad (92)$$

$$u_{(k)} = F e_{(k)} \quad (93)$$

$$e_{(k)} = r_{(k)} - y_{(k)} \quad (94)$$

Ou seja,

$$y_{(k+1)} = (1 - F)y_{(k)} + F r_{(k)} \quad (95)$$

$$u_{(k)} = F(1 - y_{(k)}) \quad (96)$$

A programação pode ser representada pelo diagrama de blocos da figura 36.

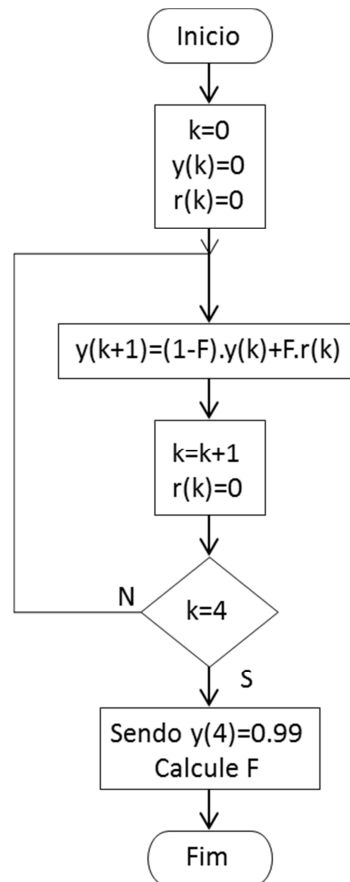


Figura 36 – Fluxograma do exemplo simplificado do método de colocação direta

Fonte: Autor

Simulando o processamento, fica:

$$y_{(1)} = (1 - F)y_{(0)} + Fr_{(0)} = 0$$

$$y_{(2)} = (1 - F)y_{(1)} + Fr_{(1)} = F$$

$$y_{(3)} = (1 - F)y_{(2)} + Fr_{(2)} = 2F - F^2$$

$$y_{(4)} = (1 - F)y_{(3)} + Fr_{(3)} = F^3 - 3F^2 + 3F = 0.99$$

Calculando-se, encontra-se o valor de  $F = 7,846$  que atende à solução do problema. Visualizando a solução, na figura 37, substituindo-se os valores encontrados, interpolando e plotando, tem-se:

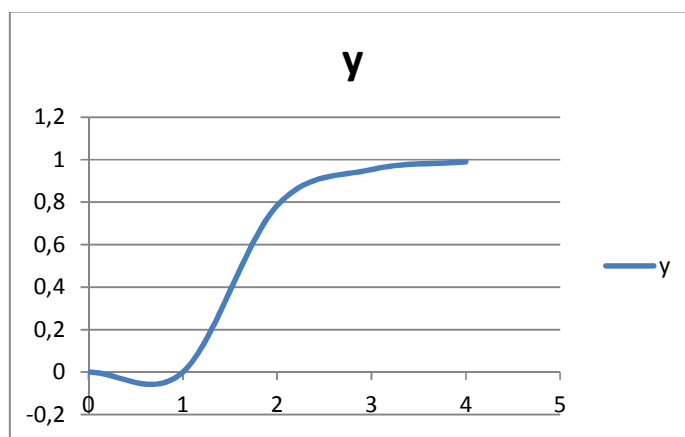


Figura 37 – Curva do exemplo simplificado do método de colocação direta  
Fonte: Autor

Baseado nesse mesmo princípio, o problema pode evoluir para um problema mais complexo, agregando-se com uma função de custo, ou índice de desempenho, e ainda, restrições lineares e não lineares.



#### 4.1 Princípios fundamentais do método da colocação direta

- a) Descrever um sistema dinâmico formado por um conjunto finito de variáveis;
- b) Montar um problema de dimensões finitas usando um método de otimização de parâmetros, ou seja, um subproblema de programação não linear;
- c) Avaliar a precisão do problema diante do dimensionamento proposto, e, se necessário, repetindo a colocação e otimizando os passos, e escolhendo uma dimensão mais adequada para o problema;
- d) Definir a composição da PNL (programação não linear), formada por variáveis, restrições e função objetivo.

#### 4.2 Dinâmica do sistema

A dinâmica do sistema deve ser descrita para um sistema de  $n$  equações diferenciais ordinárias e num período de tempo finito  $t_0 \leq t \leq t_f$ :

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1[z_1(t), \dots, z_n(t), t] \\ f_2[z_1(t), \dots, z_n(t), t] \\ \vdots \\ f_n[z_1(t), \dots, z_n(t), t] \end{bmatrix} = f(z,t) \quad (97)$$

Dado o valor inicial para as variáveis dependentes  $z(t_0)$ , determinar os valores para alguns outros pontos  $t_f$  e determinar as variáveis dependentes, que têm valores especificados em dois ou mais pontos, chamados de valores limites do problema.

A modelagem dinâmica é o recurso de adaptação de um modelo não linear complexo para o agrupamento de múltiplos modelos mais simples, e a cada qual se denomina fase, com as seguintes características:

- a) Uma dinâmica é composta por uma ou mais fases;
- b) O conjunto de equações diferenciais não se altera durante numa mesma fase e, conjuntos diferentes de equações diferenciais podem ser usados em fases diferentes;

- c) As fases são conectadas, umas com as outras, por condições de ligação, construindo a descrição completa do problema;
- d) As fases terminam em eventos.

### 4.3 O problema de controle ótimo

O problema de controle ótimo é formulado pelos seguintes itens:

- a) Variáveis dinâmicas

$$z^{(k)} = \begin{bmatrix} y^{(k)}(t) \\ u^{(k)}(t) \end{bmatrix} \quad (98)$$

São compostas de variáveis de estado  $y^{(k)}(t)$  e variáveis de controle  $u^{(k)}(t)$ . Os parâmetros  $p^{(k)}$  independentes de  $t$ .

- b) Equações de Estado

$$\dot{y} = f[y(t), u(t), p, t] \quad (99)$$

- c) Condições de Contorno

$$\psi_{0l} \leq \psi[y(t_0), u(t_0), p, t_0] \leq \psi_{0u}, \quad (100)$$

$$\psi_{fl} \leq \psi[y(t_f), u(t_f), p, t_0] \leq \psi_{fu}, \quad (101)$$

- d) Restrições algébricas

$$g_l \leq g[y(t), u(t), p, t] \leq g_u, \quad (102)$$

e) Limites das variáveis

$$y_l \leq y(t) \leq y_u, \quad (103)$$

$$u_l \leq u(t) \leq u_u, \quad (104)$$

$$p_l \leq p \leq p_u. \quad (105)$$

f) Objetivo

Encontrar as variáveis dinâmicas  $z$  e os parâmetros  $p$  sujeitos às restrições e limites, que minimizem a função de custo:

$$J = \phi \left[ y t_0^{(1)}, t_0^{(1)}, y(t_f^{(1)}), p^{(1)}, t_f^{(1)}, \dots, y t_0^{(N)}, t_0^{(N)}, y(t_f^{(N)}), p^{(N)}, t_f^{(N)} \right] \quad (106)$$

#### 4.4 Função geradora

A função geradora é o algoritmo da PNL que executa o método de colocação direta, também chamado de solucionador. A função geradora deve ter as seguintes características:

- a) Consistência: Uma função geradora consistente executa a mesma sequência de operações aritméticas para todos os valores de  $x$ ;
- b) Precisão: Uma função geradora deve processar aproximações precisas para a dinâmica  $\dot{z} = f(z, t)$ .

#### Procedimentos

- a) Transcrever uma PNL de dimensões finitas, com as seguintes variáveis da otimização:

$$x = (u_1, y_2, u_2, y_3, \dots, y_M, u_M) \quad (107)$$

- b) Formular o problema como coleção de  $N$  fases (se for o caso), onde:

$$t_0^{(k)} \leq t \leq t_f^{(k)} \quad (108)$$

- c) Discretização: São escolhidos  $M$  pontos da grade com a seguinte amplitude do passo:

$$h_k \equiv t_{k+1} - t_k \quad (109)$$

$$y_k \equiv y(t_k) \quad \bar{u}_{k+1} \equiv u \left[ \frac{t_{k+1} + t_k}{2} \right] \quad (110)$$

$$u_k \equiv u(t_k) \quad f_k \equiv f[y(t_k), u(t_k), p, t_k] \quad (111)$$

- d) Encontrar um vetor de controle  $u(t)$ , de dimensões  $n_u$ , que minimize o índice de

desempenho:

$$\phi[y(t_f), t_f] \quad (112)$$

avaliado para o instante final  $t_f$  e que satisfaça as equações de estado:

$$\dot{y} = f[y(t), u(t), t] \quad (113)$$

onde o vetor de estados  $y$ , de dimensões  $n_y$ , possa ter alguns valores iniciais e finais especificados.

#### 4.5 Método de Shooting

No método de Shooting, ao problema de valor de fronteira é associada uma sequência de problemas de valor inicial, em que condições iniciais "experimentais" são assumidas. A equação diferencial associada é resolvida, impondo a condição inicial assumida e objetivando satisfazer às condições de contorno especificadas. Caso o objetivo seja atingido, o problema está resolvido, caso contrário, a condição inicial "experimental" - parâmetro de Shooting - deverá ser ajustada. O parâmetro de Shooting pode ser a derivada inicial ou o valor inicial. O método do Shooting é um método iterativo, ou seja, de tentativas, que segue os seguintes passos:

- a) Escolher aleatoriamente, as condições iniciais  $x = z(t_0)$ ;
- b) Propagar equações diferenciais de  $t_0$  para  $t_f$ , ou seja, "disparar";
- c) Avaliar o erro, diante das condições de contorno  $c(x) = z(t_f) - b$ ;
- d) Usar a PNL para ajustar as variáveis  $x$  para satisfazer as restrições  $c(x) = 0$ , repetindo os passos (a) até (c).

Vantagem do método - pequeno número de variáveis;

Desvantagem - uma pequena mudança nas condições iniciais pode produzir uma

alteração muito grande mudança nas condições finais.

## 4.6 Ferramentas disponibilizadas

Pesquisadores como Subchan e Zbikowsky (2009) e Betts (2010), publicaram análises acerca das várias ferramentas de software desenvolvidas por pesquisadores na área da Otimização Numérica, a saber:

### 4.6.1 Pacote Optimization Toolbox - MATLAB

O Pacote Optimization Toolbox, pertence ao software MATLAB da Mathworks, e possui muitas funções utilizadas para a otimização. Dentre elas, o *fmincon* busca o mínimo de uma função multivariável não linear com restrições. A função *fmincon* tem como objetivo encontrar um mínimo limitado de uma função escalar de várias variáveis a partir de uma estimativa inicial. Esta função é também denominada de otimização não linear com restrições ou programação não linear.

### 4.6.2 SOL/UCSD

O pacote Systems Optimization Laboratory da Stanford University e University of California - SOL/UCSD - San Diego. Disponibiliza um conjunto de softwares de otimização numérica, desenvolvidos na linguagem Fortran 77, composto por: MINOS, LPOPT, QPOPT, NPSOL, NLSSOL, LSSOL, SNOPT, SQOPT. Os principais são NPSOL e SNOPT. NPSOL é um pacote de software que executa otimização numérica. Ele resolve problemas não lineares limitados usando o algoritmo de programação quadrática sequencial. Foi desenvolvido por Philip Gill da University of California - San Diego e Walter Murray, Michael Saunders e Margaret Wright, da Stanford University. O nome deriva de uma combinação de NP (programação não linear) e SOL (o Systems Optimization Laboratory da Stanford University). O SNOPT, Sparse Nonlinear Optimizer, marca registrada da Stanford University em conjunto com a University of California - San Diego, é um pacote de software para resolver problemas de otimização de grande escala e desenvolvido pelos pesquisadores Philip Gill, Walter Murray e Michael Saunders. É especialmente eficaz para os problemas de não lineares. Já o NPSOL é projetado para minimizar uma função suave arbitrária sujeita a restrições, que pode

incluir limites simples sobre as variáveis, as restrições lineares e restrições não lineares suaves, também pode ser usado para otimização irrestrita, limites e restrições lineares.

#### 4.6.3 DIRCOL

Desenvolvido pela Technische Universität Darmstadt – Alemanha. O algoritmo DIRCOL utiliza as sub-rotinas NPSOL e SNOPT, desenvolvidas pelo Laboratório de Stanford Sistemas Optimization (SOL).

#### 4.6.4 KNITRO

O software KNITRO, abreviação de "Nonlinear Interior point Trust Region Optimization" foi criado primeiramente por Richard Waltz, Jorge Nocedal, Todd Plantenga e Richard Byrd. É produzido por Ziena Optimization, LLC. KNITRO foi introduzido em 2001 como um resultado da pesquisa acadêmica da Northwestern University, e foi submetido à melhoria contínua desde então. KNITRO é um pacote de software comercial para resolver problemas de otimização matemática em grande escala. KNITRO é especializado em otimização não linear, mas também resolve problemas de programação linear, problemas de programação quadrática, sistemas de equações não lineares.

#### 4.6.5 SOCS

O pacote Sparse Optimal Control, desenvolvido pela The Boeing Company, com a participação dos pesquisadores John T. Betts e Bill Huffman, contem dois pacotes de software avançados, disponíveis separadamente ou em conjunto. É um software de uso geral para a solução de problemas de controle ótimo. As aplicações incluem a otimização de trajetória, controle de processos químicos e definição de caminho de máquinas ferramentas. A programação esparsa não linear explora a tecnologia estado-da-arte da álgebra linear esparsa para resolver problemas de otimização de grande magnitude, mais rápido do que os métodos tradicionais. Aplicações com mais de 100.000 variáveis e restrições podem ser resolvidos de forma eficiente em computadores comuns.

#### 4.6.6 TOMLAB

O TOMLAB Optimization Environment, é um pacote de software, composto de sub-rotinas que são executadas no ambiente MATLAB. Integra de forma eficiente os solucionadores conhecidos desenvolvidos pelo Laboratório de Stanford Sistemas Optimization (SOL) com MATLAB e TOMLAB. A caixa de ferramentas inclui os solucionadores de MINOS, LPOPT, QPOPT, NPSOL, NLSSOL, LSSOL, SNOPT, SQOPT. O software TOMLAB contém o PROPT, que é uma plataforma de controle ótimo destinado a resolver problemas de otimização dinâmica. Tais problemas são geralmente descritos por um modelo de espaço de estados de um sistema. Isso pode ser um conjunto de equações diferenciais ordinárias (ODE) ou equações algébricas diferenciais (DAE). As condições iniciais e finais, e também em outros pontos. À partir de uma função custo, ou seja, um valor escalar que depende das trajetórias de estado e a função de controle, e equações e as variáveis adicionais que, por exemplo, relacionam as condições iniciais e finais umas com as outras. O objetivo do PROPT é permitir a formulação de tais descrições de problemas como perfeitamente possível, sem ter que se preocupar com a matemática do solver real. Uma vez que o problema foi devidamente detalhado, PROPT vai cuidar de todas as medidas necessárias, a fim de retornar uma solução. Utiliza vários métodos de colocação, dentre eles, o pseudospectral, para a solução de problemas de controle ótimo. Isto significa que a solução tem a forma de um polinômio, e isso satisfaz polinomiais o DAE e as restrições de caminho nos pontos de colocação (Note-se que tanto o DAE e as restrições de caminho podem ser violados entre pontos de colocação). A opção padrão é usar pontos de Gauss como pontos de colocação, embora o usuário possa especificar qualquer conjunto de pontos para usar. Deve notar-se que o código é escrito de forma geral, permitindo um DAE, em vez de apenas uma formulação ODE com constrangimentos restrições de caminho. A estimativa de parâmetros para sistemas dinâmicos é intrinsecamente suportada pela estrutura como variáveis escalares de decisão podem ser introduzidos na formulação.

Nesse trabalho serão utilizadas as ferramentas PROPT e FMINCON.



## 5. METODOLOGIA

Neste capítulo será detalhada a metodologia empregada para um sistema de controle, projetado por meio da formulação de um problema de controle ótimo, usando a técnica de colocação direta Betts (2010). As variáveis livres de projeto são os parâmetros do controlador e os estados do sistema em todos os instantes do tempo discretizado. Desta forma, é possível incluir facilmente restrições em todos os sinais do modelo. Embora o sistema seja linear, como os parâmetros do controlador também são incógnitas, resulta um problema de controle ótimo não linear. Foram desenvolvidos dez projetos, nos quais se procurou explorar variações nas parametrizações, nas funções de custo, nas estratégias de controle e nos métodos utilizados, fazendo uma análise dos resultados. No capítulo seguinte, serão apresentados os resultados numéricos e análise das simulações efetuadas em cada um desses projetos.

O sistema de controle que serve de base para os projetos, está ilustrado no diagrama de blocos da figura 38. Trata-se de uma aplicação aleatória, utilizada como exemplo típico. Cada um dos blocos é descrito pelo modelo linear aproximado daquele subsistema em que as variáveis são de desvio em relação ao valor nominal (pu). O sinal  $\omega_r$  representa a rotação desejada para o gerador,  $\omega_r$  é a velocidade de rotação real,  $e$  é o erro atuante,  $u$  é o sinal de controle,  $g$  é a abertura do distribuidor,  $P_m$  é a potência mecânica entregue no eixo do rotor, e  $P_e$  representa a carga. Em alguns projetos ocorrerão alterações nesse diagrama, com a finalidade de representar variações em algumas aplicações.

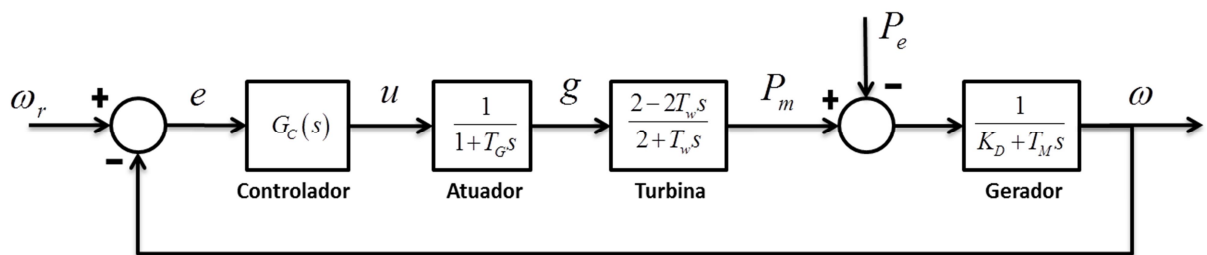


FIGURA 38 – Diagrama de blocos do sistema de controle.  
Fonte: Autor.

Nas aplicações reais o controlador  $G_C(s)$  é tipicamente um controlador PID cuja função de transferência é dada por

$$G_c(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{T_d s + 1}, \quad (114)$$

em que  $k_p$ ,  $k_i$ , e  $k_d$  são os denominados ganhos: proporcional, integral e derivado, respectivamente. A constante de tempo  $T_d$  está associada a ação derivativa para fins de filtragens de eventuais ampliações de ruído.

### 5.1 Equações diferenciais

O modelo do sistema de controle em malha fechada da figura 1 possui cinco estados quando o controlador é do tipo PID com filtragem do derivativo. Nos diagramas de blocos das figuras a seguir mostra-se como as variáveis de estado  $z(t)$ ,  $g(t)$ ,  $x(t)$ ,  $\omega(t)$  e  $v(t)$  foram definidas.

O diagrama de blocos da figura 39 contém o detalhamento do controlador PID onde a malha interna que contém  $T_d$  representa a forma como a aproximação da derivada é implementada por meio de um integrador.

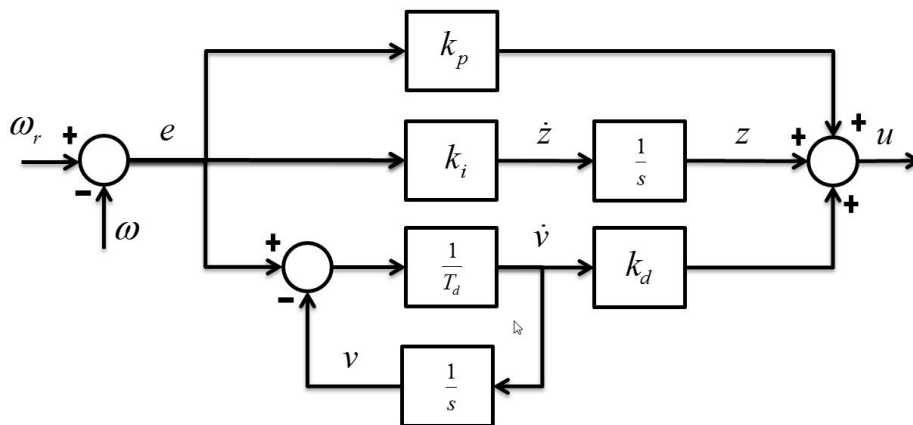


FIGURA 39 – Diagrama de blocos do controlador PID.

Fonte: Autor.

Escolhendo-se as variáveis de estado nas saídas dos integradores pode-se escrever que

$$\dot{z} = k_i (\omega_r - \omega) \quad (115)$$

$$\dot{v} = \frac{1}{T_d} ( (\omega_r - \omega) - v ) \quad (116)$$

$$u = k_p (\omega_r - \omega) + (z) + k_d ( \dot{v} ) \quad (117)$$

O diagrama de blocos da figura 40 contém o detalhamento do servomecanismo do atuador hidráulico.

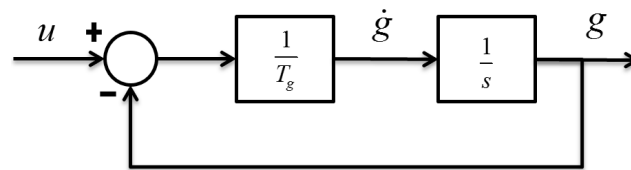


FIGURA 40 – Diagrama de blocos do atuador hidráulico.  
Fonte: Autor.

Escolhendo-se a variável de estado como sendo a própria abertura do distribuidor, obtém-se

$$\dot{g} = \frac{1}{T_G} (u - g) \quad (118)$$

A função de transferência da turbina pode ser representada pela equação diferencial

$$2P_m + T_w \dot{P}_m = 2(g - T_w \dot{g}) \quad (119)$$

que pode ser representada equivalentemente pelo diagrama de blocos da figura 41.

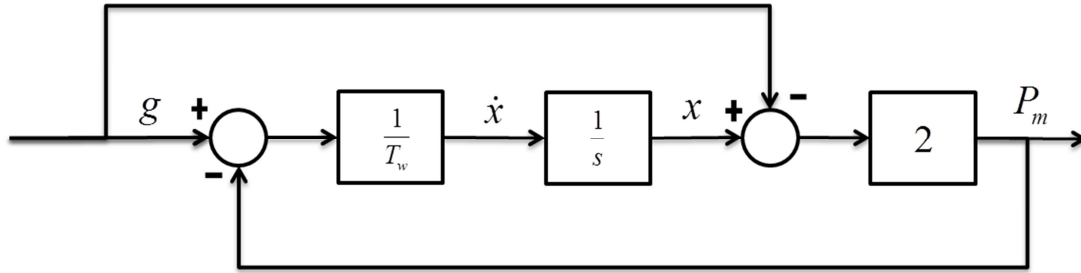


FIGURA 41 – Diagrama de blocos da turbina.  
Fonte: Autor.

Escolhendo a variável de estado  $x$  na saída do integrador, pode-se escrever que

$$\dot{x} = \frac{1}{T_w}(g - P_m) \quad (120)$$

$$P_m = 2(x - g) \quad (121)$$

O diagrama de blocos da figura 42 contém o detalhamento da modelagem mecânica associada ao gerador.

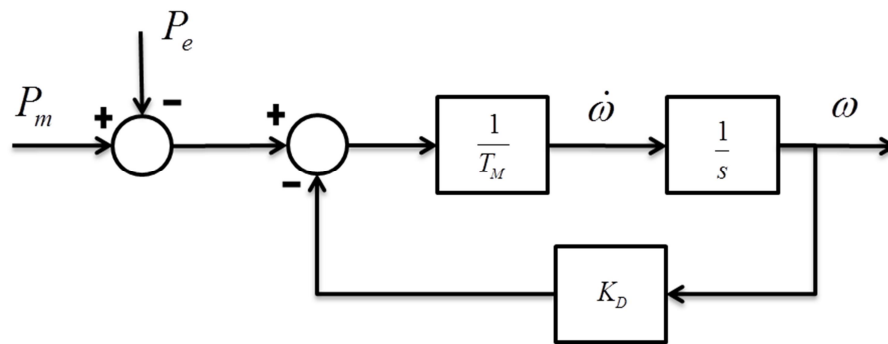


FIGURA 42 – Diagrama de blocos do gerador.  
Fonte: Autor.

Escolhendo-se a variável de estado como sendo a própria rotação do rotor, obtém-se

$$\dot{\omega} = \frac{1}{T_M} \left( (P_m - P_e) - K_D \omega \right) \quad (122)$$

## 5.2 Formulação do problema de controle ótimo

O projeto do controlador  $G_C(s)$  pode ser feito por meio de um problema de otimização não linear onde a dinâmica do sistema aparece como restrição. Para a solução desse problema pode-se utilizar, por exemplo, a técnica de *Shooting* que corresponde a fazer a otimização por meio da integração das equações diferenciais a partir das condições iniciais. Outra possibilidade é usando a técnica de colocação direta a qual requer a discretização do tempo nas equações diferenciais. O conjunto de variáveis de estado e de controle em todos os instantes fazem parte do conjunto de parâmetros livres  $p$  de otimização que o método deve determinar. Ou seja, o problema de controle ótimo é convertido num problema de otimização paramétrica.

Neste trabalho utiliza-se o *PROPT (Optimal Control Software)* que é um programa que automatiza a conversão de um problema de controle ótimo em um problema equivalente de otimização paramétrica para ser resolvido pelo *SNOPT (Sparse Nonlinear Optimization)* que é um solver apropriado para otimização não linear com matrizes esparsas. Vale dizer que esparsidade é uma característica intrínseca do problema de Colocação Direta causada pela discretização do modelo no tempo.

### 5.2.1 Projeto I

Considerando o controlador PID e uma função objetivo quadrática, o problema de controle ótimo que estamos interessados em resolver é ser colocado da seguinte forma:

$$\min_p J = \int_0^t (\omega_r - \omega)^2 + \lambda (g)^2 dt \quad (123)$$

sujeito às seguintes restrições dinâmicas

$$\dot{z} = k_i (\omega_r - \omega) \quad (124)$$

$$\dot{g} = \frac{1}{T_G} (u - g) \quad (125)$$

$$\dot{x} = \frac{1}{T_w} (g - P_m) \quad (126)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{T_M} \left( (P_m - P_e) - K_D \omega \right) \quad (127)$$

$$\dot{v} = \frac{1}{T_d} \left( (\omega_r - \omega) - v \right) \quad (128)$$

sujeito também às seguintes restrições algébricas

$$u = k_p (\omega_r - \omega) + z + \frac{k_d}{T_d} \left( (\omega_r - \omega) - v \right) \quad (129)$$

$$P_m = 2(x - g) \quad (130)$$

e sujeito também às seguintes restrições operacionais

$$g_{\min} \leq (g) \leq g_{\max} \quad (131)$$

$$\dot{g}_{\min} \leq (\dot{g}) \leq \dot{g}_{\max} \quad (132)$$

As restrições operacionais (131) e (132) se referem essencialmente ao distribuidor. A restrição de abertura mínima e máxima é física. A restrição de velocidade representa a limitação física que o atuador consegue impor num transitório, mas também pode representar um recurso para mitigar o efeito de resposta inversa da turbina. A resposta inversa da turbina aparece pela presença do zero de fase não mínima na sua função de transferência. A consequência física desse efeito é que ao mudar rapidamente a posição do distribuidor, a vazão não se altera prontamente por causa da inércia do fluido em movimento, mas a pressão se altera rapidamente. Na sequência as forças se equilibram e a pressão volta para o valor de regime e a alteração da vazão promove a alteração da potência mecânica e, como consequência, a alteração da rotação do gerador. Portanto, fazer uma variação lenta do distribuidor pode contribuir para reduzir o efeito da resposta inversa.

Note-se que outras restrições operacionais podem ser facilmente incorporadas ao problema de otimização. Algumas delas e que são pertinentes ao problema, estão relacionadas

ao desempenho temporal avaliado para uma manobra de mudança de ponto de operação: máximo sobressinal, tempo de acomodação, máxima excursão da resposta inversa, etc.

### 5.2.2 Projeto II

Repete-se a simulação, com os mesmo ganhos, porém  $k_d$  nulo, considerando o controlador como PI (proporcional e integral).

### 5.2.3 Projeto III

Para ampliar a análise, cancela-se a ação derivativa, o problema de otimização mantendo-se as mesmas condições do projeto número um, porém considerando como variáveis livres somente os ganhos do controlador PI.

### 5.2.4 Projeto IV

Uma outra análise pertinente de um problema de controle é quanto a função custo escolhida. Funções custos integrais normalmente não permitem a especificação de detalhes temporais, então é natural se investigar outras. Considerando-se o controlador do tipo PID, altera-se a função objetivo para:

$$\min_p J = \int_0^t (\omega_r - \omega)^2 t^{-1,5} dt \quad (133)$$

### 5.2.5 Projeto V

Mantendo-se a formulação do projeto anterior é proposta uma alteração no atuador hidráulico, de tal forma que o limite da velocidade de variação da posição do distribuidor seja aumentado em duas vezes.

### 5.2.6 Projeto VI

Mantendo-se a formulação do projeto anterior, aumenta-se restrição de abertura do distribuidor, com um limite cinco vezes menor.

### 5.2.7 Projeto VII

Com o objetivo de atuar na resposta inversa da potência, diminuindo-a, acrescenta-se a seguinte restrição ao problema de otimização:

$$-1 \leq 2(x - g) \leq 0,05 \quad p.u. \quad (134)$$

### 5.2.8 Projeto VIII

A inclusão de especificações temporais explícitas por meio de modelos de referência, é também um recurso permitido no uso da otimização no projeto do controlador. Nesse projeto, considera-se, como ilustração, que a resposta na redução da velocidade deva seguir de perto a resposta do seguinte modelo de referência:

$$N_1(s) = \frac{1}{10s + 1} \quad (135)$$

Ou seja, que a resposta seja próxima a de um sistema de primeira ordem de constante de tempo 10 s. Para tanto se inclui no problema de otimização a variável auxiliar:

$$ref = \omega_r (1 - e^{-0,1t}), \quad (136)$$

que é usada na função objetivo de forma que a velocidade seja próxima dessa variável auxiliar no sentido quadrático, conforme abaixo:



$$\min_p J = \int_0^t (ref - \omega)^2 dt \quad (137)$$

O diagrama de blocos da figura 43 ilustra como o modelo de referência é usado para produzir o sinal de referência que a velocidade deve perseguir. O erro  $\varepsilon$  de rastreamento é a quantidade cujo acúmulo deve ser minimizado no sentido quadrático (137).

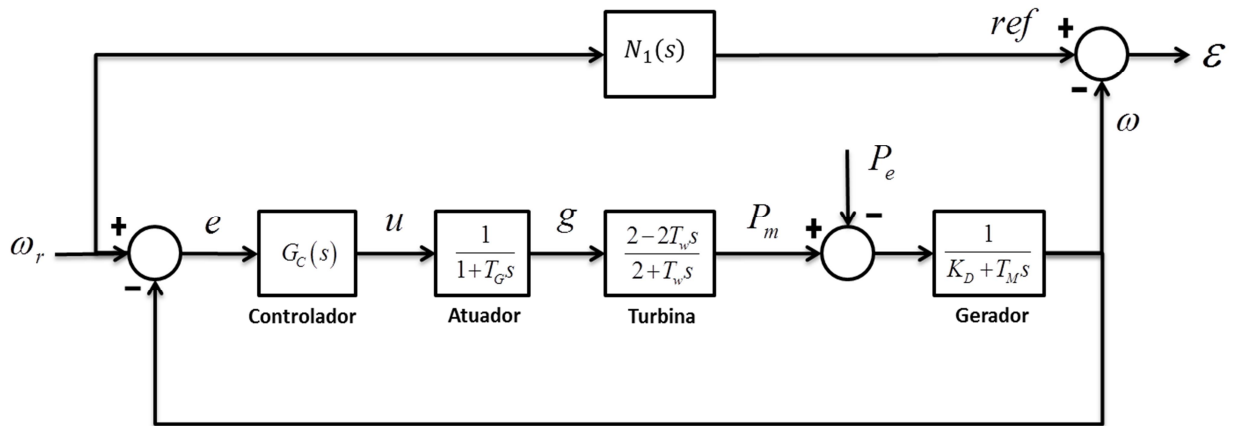


FIGURA 43 – Diagrama de blocos com modelo de referência  $N_1(s)$ .

Fonte: Autor.

### 5.2.9 Projeto IX

Aproveitando o recurso do uso de especificações temporais explícitas no projeto, acrescenta-se também que, a resposta a uma perturbação de carga deva seguir de perto a resposta de um dado modelo de referência. Como por exemplo:

$$N_2(s) = \frac{1}{5s + 1} \quad (138)$$

Ou seja, que a alteração de potência tenha uma resposta próxima a de um sistema de primeira ordem de constante de tempo 5 s, conforme figura 44. Para tanto basta incluir-se no problema de otimização a variável auxiliar:

$$ref = P_e(1 - e^{-t/5}), \quad (139)$$

que é usada na função objetivo de forma que a potência seja próxima dessa variável auxiliar no sentido quadrático

$$\min_p J = \int_0^t (ref - P_m)^2 dt \quad (140)$$

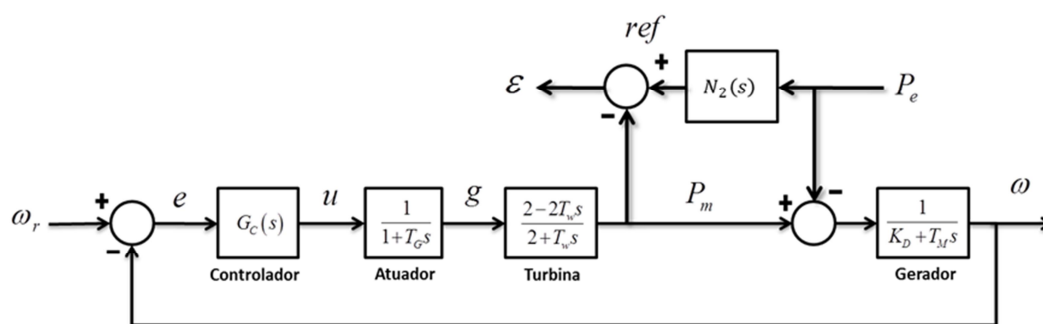


FIGURA 44 – Diagrama de blocos com modelo de referência  $N_2(s)$ .

Fonte: Autor.

### 5.2.10 Projeto X

Todo modelo tem incertezas diversas e elas podem ser classificadas em paramétricas e não paramétricas. As incertezas não paramétricas se referem, por exemplo, às dinâmicas não modeladas como aquelas de atuadores e sensores. As incertezas paramétricas são devidas, por exemplo, às variações de parâmetros do modelo tal como a localização de polos e zeros do sistema. No problema de controle de turbinas hidráulicas tipo Francis, as incertezas paramétricas podem ser uma questão relevante em face da variação reportada na literatura técnica Fang et al. (2008), Cheng et al. (2002), Khodabakhshian e Golbon (2005), Kou *et al.* (2010), Qian, Yi e Liu (2010), Qian, Yi e Liu (2011) e Zhang e Zhang (2010). O método de projeto do controlador baseado em otimização também é adequado para incorporar questões

de robustez, ou seja, que levam em consideração os erros de modelagem. Para ilustrar como adaptar o problema de controle ótimo para usar as informações de incertezas paramétricas é considerada a seguinte faixa de possíveis valores de parâmetros, enquanto que os demais são supostos fixos e iguais aos nominais:

$$1 \leq T_w \leq 4 \quad (141)$$

$$3 \leq T_M \leq 10 \quad (142)$$

Para capturar as alterações dinâmicas decorrentes dessa variação paramétrica, ela deve ser incorporada nas restrições dinâmicas do problema de controle ótimo. Como a faixa é ampla, será utilizado o planejamento de experimento da tabela 1 que define cinco pares de valores para tentar cobrir um espaço representativo para os parâmetros:

TABELA 1 – Planejamento do Experimento.

Experimento	$T_w$ (s)	$T_M$ (s)
1	1	3
2	1	10
3	2,5	6,5
4	4	3
5	4	10

Fonte: Autor.

O problema de controle ótimo (123) a (132) deve ser alterado como segue para incorporar cada uma das cinco variações paramétricas. Admite-se aqui que as cinco possibilidades de pares de parâmetros são igualmente importantes, acarretando uma função objetivo com penalizações idênticas.

$$\min_p J = \int_0^t \left( \sum_{j=1}^5 (\omega_r - \omega_j)^2 \right) dt \quad j = \{ 1, 2, \dots, 5 \} \quad (143)$$

Sujeito às seguintes restrições dinâmicas:

$$\dot{z}_j = k_i(\omega_r - \omega_j) \quad j = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (144)$$

$$\dot{g}_j = \frac{1}{T_G}(u_j - g_j) \quad j = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (145)$$

$$\dot{x}_j = \frac{1}{T_{w_j}}(g_j - P_{m_j}) \quad j = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (146)$$

$$\dot{\omega}_j = \frac{1}{T_{M_j}}\left((P_{m_j} - P_e) - K_D \omega_j\right) \quad j = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (147)$$

$$\dot{v}_j = \frac{1}{T_d}\left((\omega_r - \omega_j) - v_j\right) \quad j = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (148)$$

Sujeito também às seguintes restrições algébricas:

$$u_j = k_p(\omega_r - \omega_j) + z_j + \frac{k_d}{T_d}\left((\omega_r - \omega_j) - v_j\right) \quad j = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (149)$$

$$P_{m_j} = 2(x_j - g_j) \quad j = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (150)$$

E, sujeito também às seguintes restrições operacionais:

$$g_{\min} \leq (g_j) \leq g_{\max} \quad j = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (151)$$

$$\dot{g}_{\min} \leq (\dot{g}_j) \leq \dot{g}_{\max} \quad j = \{1, 2, \dots, 5\} \quad (152)$$

O diagrama de blocos da figura 45 ilustra como representar a variação de parâmetros do sistema de controle.

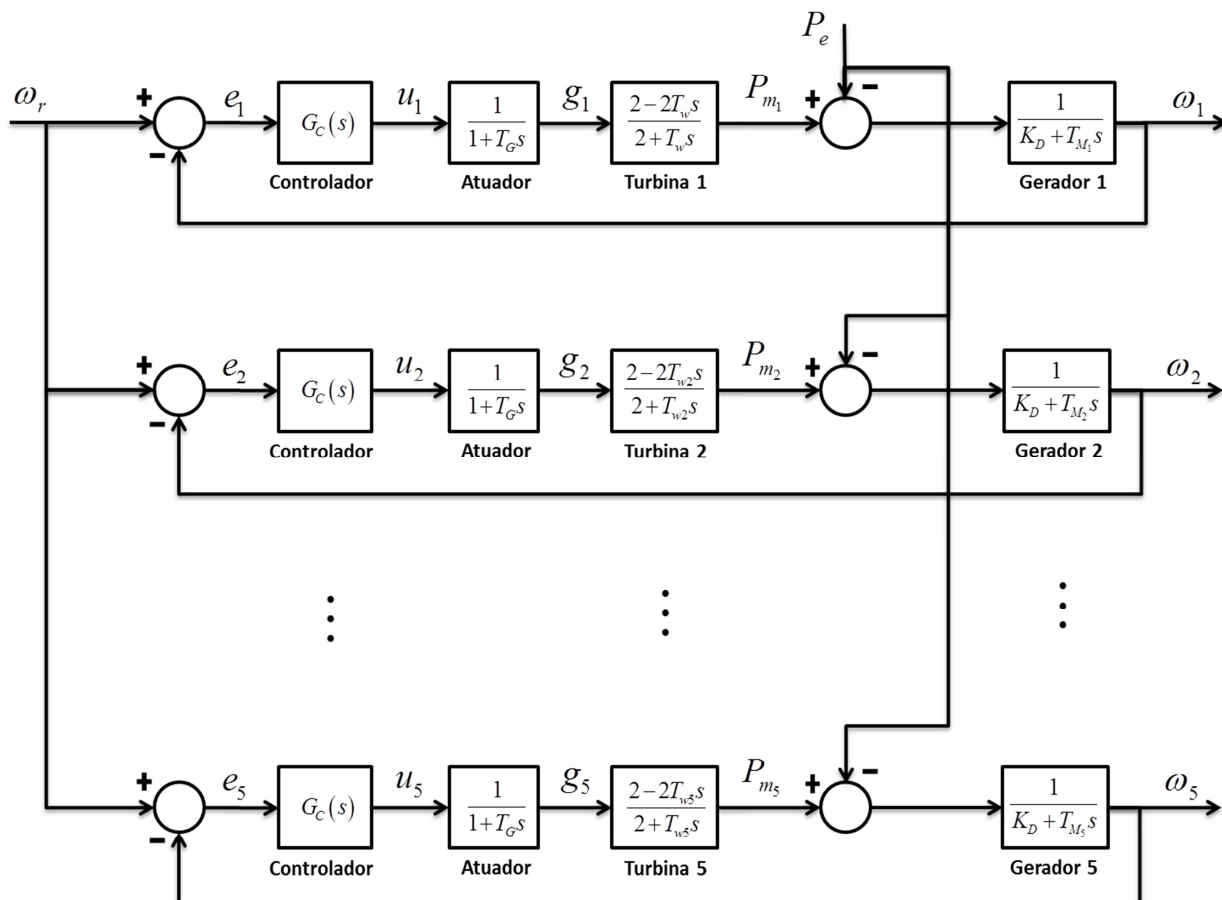


FIGURA 45 – Diagrama de blocos do problema de controle ótimo robusto.  
Fonte: Autor.

### 5.2.11 Projeto Shooting

Alternativamente à metodologia utilizada nos projetos anteriores, para fins de comparação, esse projeto propõe a resolução do problema de controle ótimo (123) a (132), pelo método de integração das equações diferenciais (Shooting) para  $\lambda = 0$ . A única alteração feita refere-se a inclusão de uma variável extra de estado  $\alpha$  no modelo dinâmico para que a função custo seja reescrita como

$$\min_p J = \alpha, \quad (153)$$

tal que

$$\dot{\alpha} = (\omega_r - \omega)^2 \quad (154)$$

O cálculo da função objetivo poderia ser feito depois da integração das equações diferenciais do modelo, porém, a inclusão da função custo explicitamente nas equações diferenciais é conveniente para que o passo de integração, que é variável, possa ser ajustado automaticamente em função das demandas numéricas da função custo.

## 6 RESULTADOS NUMÉRICOS

Conforme Kundur (1993), os valores típicos de  $T_w$ , normalmente ficam no intervalo de 0,5 a 4,0 s, os valores de  $T_G$ , estão próximo de 0,5 s, os valores de  $T_M$ , estão no intervalo de 5,0 a 10,0 s, como verificado em trabalhos publicados, como em Qian, Yi e Liu (2011), Fang (2005). Os valores nominais dos parâmetros da Planta utilizados neste trabalho foram selecionados com base no trabalho de Kundur (1993) e são apresentados na tabela 2.

TABELA 2 – Parâmetros da planta.

$T_G$	$T_w$	$T_M$	$K_D$
0,5 s	2,0 s	10 s	1

Fonte: Kundur (1993).

Para a solução do problema de controle ótimo, de cada um dos dez projetos citados no capítulo 5, seguem os seguintes resultados e análises:

### 6.1 Projeto I

O problema de controle ótimo dado pelas equações (123) a (132) foi formulado no PROPT e resolvido como um problema de colocação direta pelo SNOP (Apêndice 1). Os valores numéricos relativos à planta são aqueles indicados na Tabela 1. Utilizou-se uma constante de tempo da ação derivativa  $T_d = 0,1$  s, como sugerido por Fang (2005). Os valores das restrições operacionais são similares àquelas utilizadas por Sansevero (2006):

$$-0,5 \leq g \leq 0,5 \quad pu \quad (155)$$

$$-0,2 \leq \dot{g} \leq 0,2 \quad pu/s \quad (156)$$

A restrição (155) associada a abertura do distribuidor reflete a hipótese que o modelo linear de desvios foi obtido em torno de 50% da abertura do distribuidor e, portanto, pode ser alterado em 50% para mais ou para menos. A restrição (156) implica que a cada segundo pode-se alterar a abertura do distribuidor em até 20% da abertura nominal.

Embora o método de projeto proposto neste trabalho não seja semelhante ao método de sintonia proposto por Hagihara (1979), as estimativas iniciais para os ganhos do controlador foram feitas com base nesse método para evitar uma estimativa trivial e os valores sugeridos são:

$$k_p = \frac{0,8T_M}{T_W} \quad (157)$$

$$k_i = \frac{0,24T_M}{T_W^2} \quad (158)$$

$$k_d = 0,27T_M \quad (159)$$

A função custo (123) é usual para problemas de controle. Da mesma forma, como outros índices integrais, ele não revela detalhes da resposta temporal, tal como sobressinal e tempo de acomodação. A constante positiva  $\lambda$  faz a ponderação entre desempenho e esforço de controle. Um desempenho elevado está associado a valores reduzidos da energia acumulada do sinal do erro e um pequeno esforço de controle está associado a uma pequena energia acumulada associada à abertura do distribuidor. Entretanto, como o esforço de controle está sendo explicitamente considerado pelas restrições operacionais, adota-se  $\lambda = 0$  em todas as situações analisadas a seguir.

Note-se que as restrições (124) e (129) do problema de otimização são não lineares, pois nelas os ganhos  $k_p$ ,  $k_i$ , e  $k_d$  do controlador, que são parâmetros do problema de otimização, aparecem multiplicando o estado  $\omega$  ou o estado  $\nu$ , também parâmetros do problema. Entretanto, embora existam restrições não lineares, as derivadas parciais dessas restrições em relação aos parâmetros de otimização (Jacobiano) são lineares. Isso ocorre porque as não linearidades são devido a produtos de parâmetros de otimização. Como consequência o problema de otimização recai na classe programação quadrática que são mais facilmente resolvidos que outros problemas com não linearidades mais severas. Entretanto, mesmo problemas de programação quadrática podem sofrer de problemas numéricos como ocorre muitas vezes com o método via integração das equações dinâmicas (Shooting). Nesse método as não linearidades do modelo dinâmico não aparecem nas restrições como na colocação direta mas afetam a integração do modelo que permitirão então calcular a função



objetivo, seu gradiente e as restrições. Ou seja, a função objetivo e as restrições serão uma função não linear dos parâmetros do controlador. Note-se que uma pequena variação no valor inicial de um parâmetro pode implicar num erro acumulado elevado no final da integração, podendo comprometer a convergência da otimização.

Nos casos que seguem o problema de otimização foi resolvido pelo método de colocação direta para 200 nós (discretização). Como o modelo possui 5 estados, mas nenhuma variável livre de entrada, resultam 5 parâmetros por nó, ou seja, 1000 parâmetros para serem otimizados, além dos 3 ganhos do controlador PID. O Jacobiano resulta numa matriz de 1.000.000 de elementos. A dimensão resultante só é tratável porque o problema de colocação direta implica num Jacobiano esparso e o solver utilizado (SNOPT) consegue desconsiderar a grande quantidade de elementos nulos. Provavelmente seria impraticável resolver este problema de colocação direta com um solver de matrizes densas.

Resolvendo o problema de otimização, os ganhos obtidos para o controlador PID são

$$k_p = 1,444$$

$$k_i = 0,226$$

$$k_d = -0,109$$

e a função custo resultou em:

$$J = 0,124$$

Os gráficos da figura 46 ilustram o desempenho obtido com o sistema em uma manobra de redução da rotação do rotor de 0,1 pu a partir de  $t = 0$  s e em uma segunda manobra de rejeição de perturbação para uma variação de potência de carga de 0,2 pu em  $t = 50$  s.

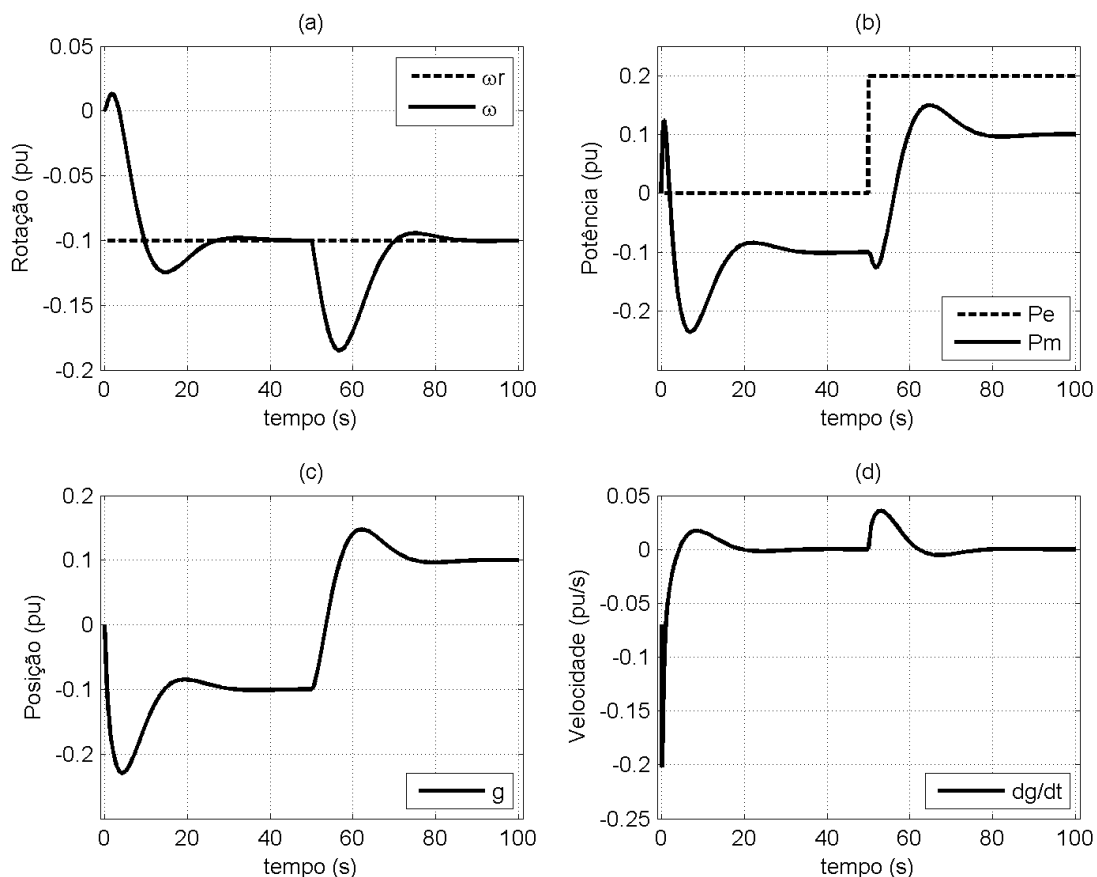


FIGURA 46 – Resposta temporal com PID ótimo.  
Fonte: Autor.

Na figura 46, o gráfico (a) demonstra o desempenho da manobra. O novo regime de rotação foi atingido depois de cerca de 30 s do início da manobra com um sobressinal de aproximadamente 25% além do valor de regime e com uma pequena resposta inversa de 0,013 pu. No gráfico (b), na primeira manobra, a potência mecânica teve uma variação máxima de aproximadamente mesmo valor percentual da correspondente abertura do distribuidor, porém exibiu uma resposta inversa durante cerca de 2 s atingindo 0,125 pu de amplitude, valor percentualmente bem maior que a resposta inversa da potência. Note-se que esse valor é expressivo, uma vez que a alteração em regime da potência foi de apenas 0,1 pu. Na manobra de rejeição de distúrbio, a resposta inversa da potência teve um desvio máximo de 0,026 pu, para uma variação de regime de 0,2 pu, ou seja, com uma resposta inversa relativamente muito menor. O gráfico (c) mostra que a abertura do distribuidor teve uma variação máxima de cerca de -0,23 pu considerando as duas manobras, ou seja, bem abaixo do limite operacional. O gráfico (d) mostra que a velocidade de variação do distribuidor teve sua

restrição operacional ativa somente no início da manobra por causa da variação abrupta no distribuidor, causada pela alteração em degrau da referência de velocidade. Em resumo, o projeto do sistema de controle via otimização conferiu respostas que atendem a todas as especificações explícitas de desempenho.

Nota-se que o ganho ótimo  $k_d$  obtido é negativo e de pequeno valor o que pode indicar que o efeito da ação derivativa pode não colaborar, por exemplo, com a redução de sobressinal.

## 6.2 Projeto II

Para investigar isso, a simulação foi repetida com os mesmos ganhos, porém com um  $k_d$  nulo. Os gráficos da figura 47 ilustram as respostas do sistema com o controlador PI em comparação com o PID. Observando-se esses gráficos, conclui-se que praticamente não há mudança no desempenho do sistema com o controlador PI obtido pelo mero cancelamento da ação derivativa. Vale dizer que o uso do PID sem a ação derivativa é muitas vezes desejável para evitar a amplificação de ruídos de medidas e das frequências onde se encontram as dinâmicas não modeladas.

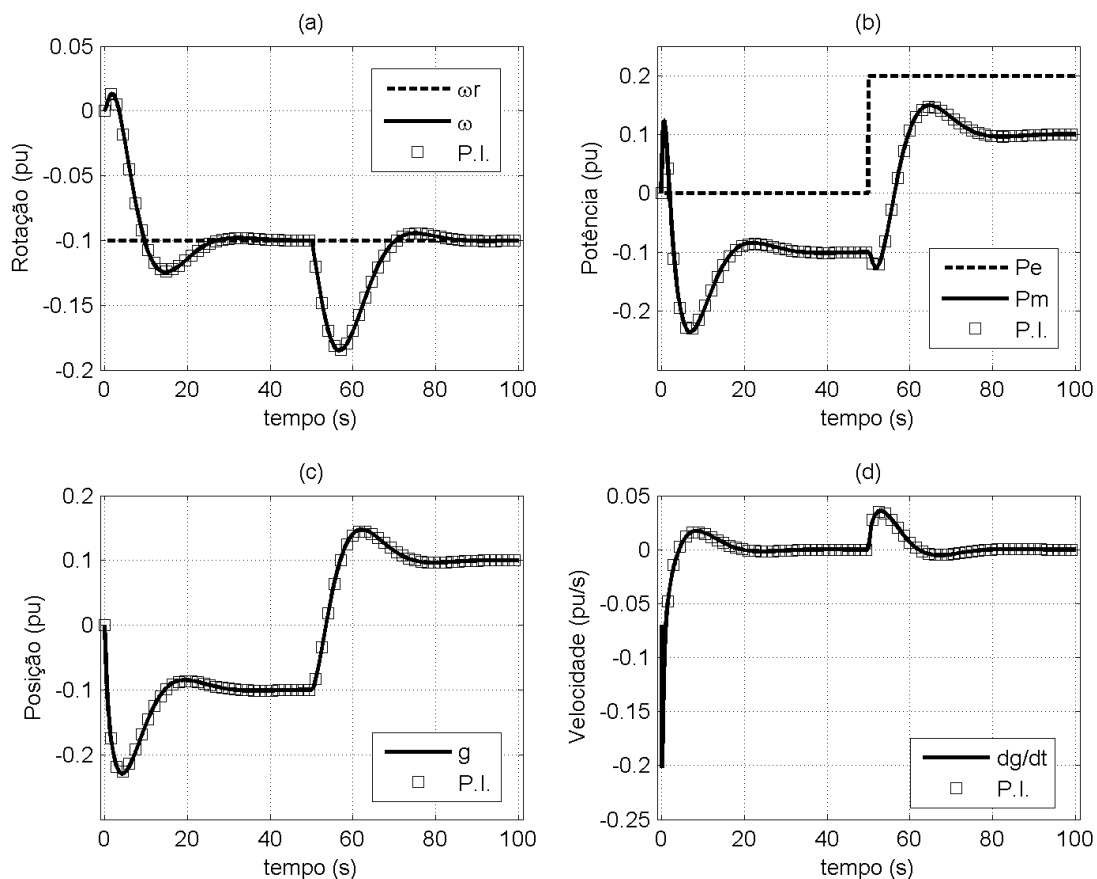


FIGURA 47 - Resposta temporal com PI sub-ótimo x PID ótimo.

Fonte: Autor.

### 6.3 Projeto III

Para ampliar a análise daquilo que se verificou com o cancelamento empírico da ação derivativa, o problema de otimização foi repetido para nas mesmas condições, porém considerando como variáveis livres somente os ganhos do controlador PI e os valores ótimos encontrados são

$$k_p = 1,01$$

$$k_i = 0,20$$

e a função custo resultou

$$J = 0,154$$

Nota-se que a função custo aumentou como era de se esperar, pois há menos graus de liberdade nesse problema. Comparativamente aos ganhos ótimos do PID, houve uma redução dos ganhos proporcional e integral. Isso sugere uma diminuição dos sobressinais e aumento nos tempos de acomodação, coisa que é confirmada pelos gráficos da figura 48 que ilustram o desempenho do controlador PI ótimo em comparação com o controlador PID ótimo.

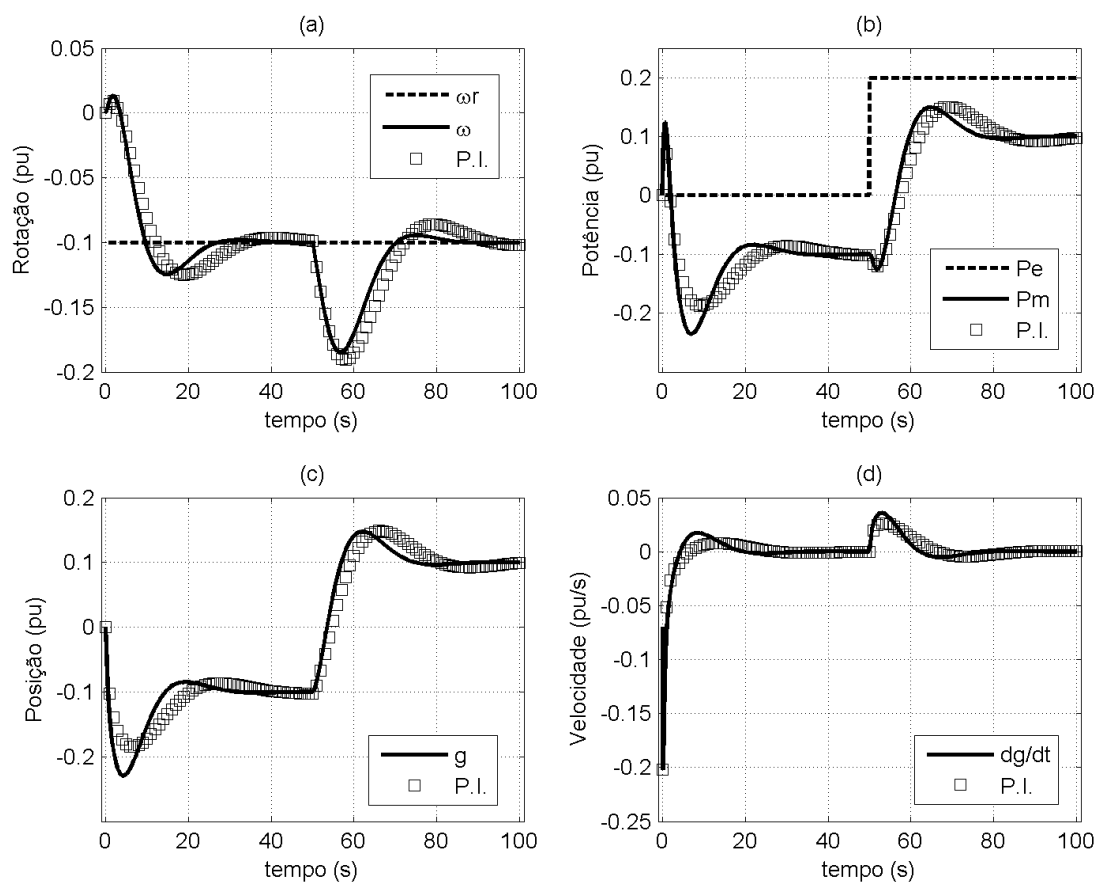


FIGURA 48 – Resposta temporal com PI ótimo x PID ótimo.  
Fonte: Autor.

Fazendo uso da otimização numérica como ferramenta de projeto, torna-se muito simples a investigação do problema de controle em face de alterações como essa da ação derivativa.

## 6.4 Projeto IV

Conforme descrito na metodologia, o mesmo problema de projeto PID será considerado, porém, com uma nova função custo, a função (133), como ilustrado:

$$\min_p J = \int_0^t (\omega_r - \omega)^2 t^{-1,5} dt \quad (160)$$

Esta função de custo (133) privilegia os primeiros instantes quando ocorre o primeiro transitório e dá menos ênfase aos instantes seguintes onde ocorre a estabilização e a segunda manobra. O resultado pode ser observado pelos gráficos da figura 49, onde as respostas associadas a função custo original (linhas contínuas) são comparadas com as da nova função.

A sintonia obtida resulta nos seguintes ganhos ótimos

$$k_p = 0,58$$

$$k_i = 0,16$$

$$k_d = -0,17$$

e a função custo resultou

$$J = 0,456$$

Nota-se, como era de esperar, que os transitórios iniciais foram privilegiados quando comparados com os da resposta produzida pela função custo original, gerando até respostas inversas um pouco menores.

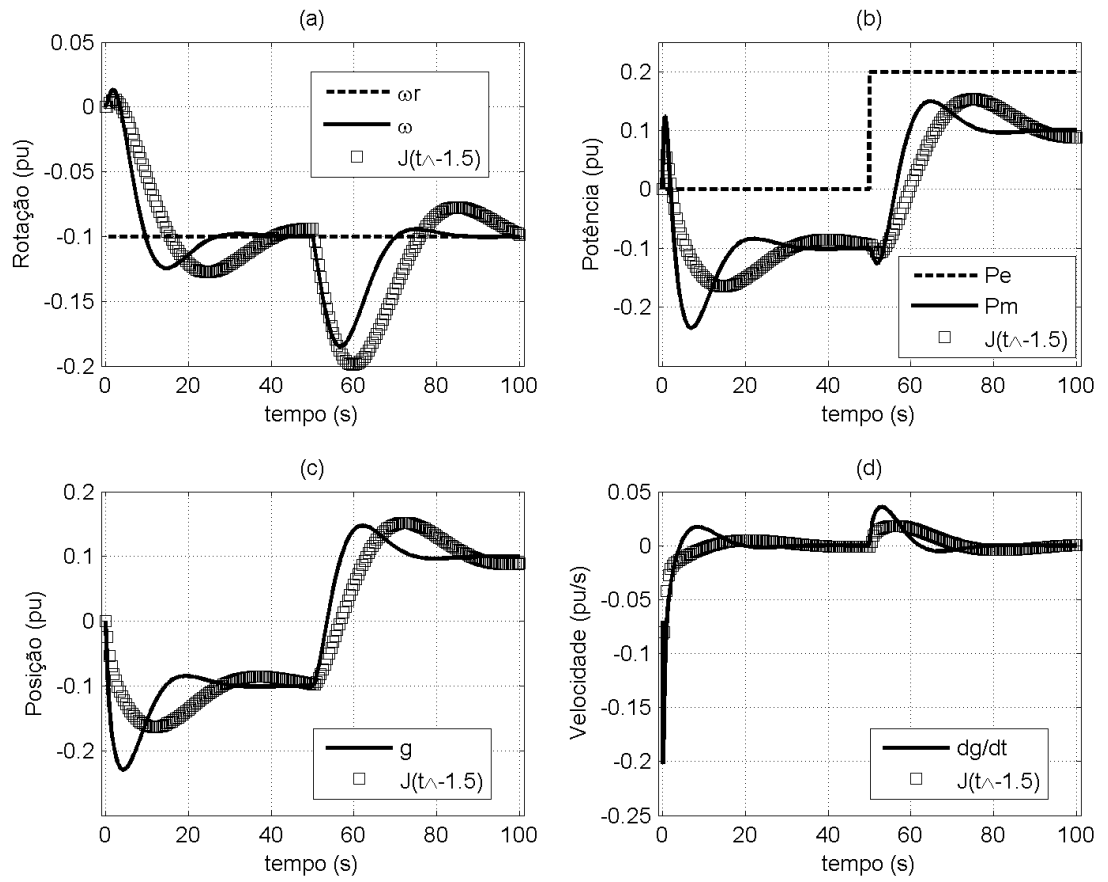


FIGURA 49 – Resposta temporal associada ao  $J$  original x  $J$  modificado.  
 Fonte: Autor.



## 6.5 Projeto V

Admitindo que agora o atuador hidráulico seja tal que a velocidade de variação da posição do distribuidor possa ser aumentada em duas vezes, ou seja, que

$$-0,4 \leq \dot{g} \leq 0,4 \quad p.u./s \quad (161)$$

Resolvendo-se o problema de otimização original com este vínculo menos restritivo, chega-se aos ganhos ótimos:

$$k_p = 2,54$$

$$k_i = 0,24$$

$$k_d = 0,06$$

para uma função custo

$$J = 0,10$$

O novo controlador representa um sistema mais agressivo com ganhos superiores aos valores originais. Os gráficos da figura 50 confirmam o que era esperado, ou seja, que o sistema responde mais rapidamente com menor tempo de acomodação quando comparado ao sistema original ao preço de um maior esforço de controle e maiores sobressinais nas respostas. Analogamente ao caso original, a restrição de velocidade do atuador só esteve ativa no início da primeira manobra quando da aplicação do degrau de referência.

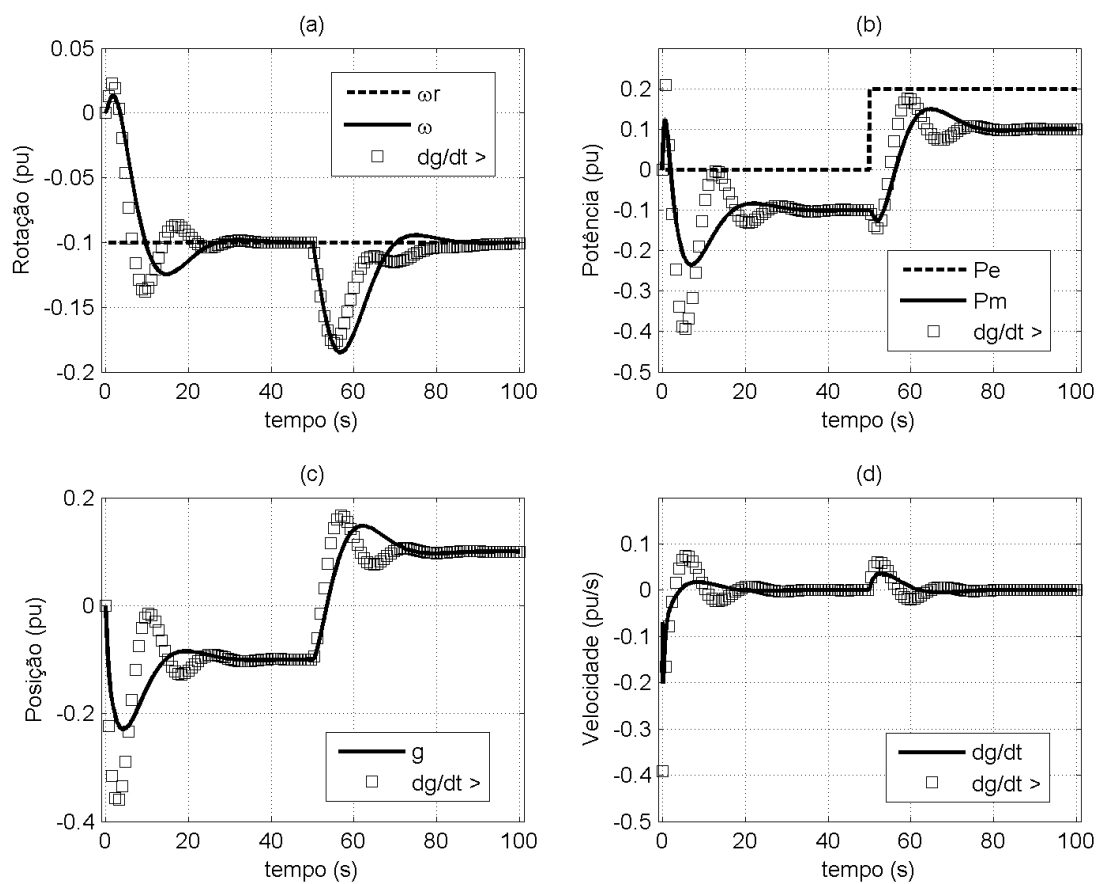


FIGURA 50 – Resposta temporal para uma velocidade superior do atuador.  
 Fonte: Autor.

## 6.6 Projeto VI

Considere-se agora que a restrição de abertura do distribuidor seja alterada para

$$-0,1 \leq g \leq 0,1 \quad p.u. \quad (162)$$

Os gráficos da figura 51 resumem o resultado das manobras depois do problema de controle ótimo ter sido resolvido com a nova restrição (162), cujos ganhos ótimos são:

$$k_p = 0,74$$

$$k_i = 0,07$$

$$k_d = 0,03$$

para uma função custo

$$J = 0,28$$

As respostas em linha contínua são do problema com o limite original de abertura do distribuidor (0,5 pu). As respostas com marcadores quadrados são das respostas com a nova restrição mais limitante. Nota-se que as restrições foram satisfeitas e como consequência o sistema apresentou respostas com transitórios menos oscilatórios e com sobressinais também menores.

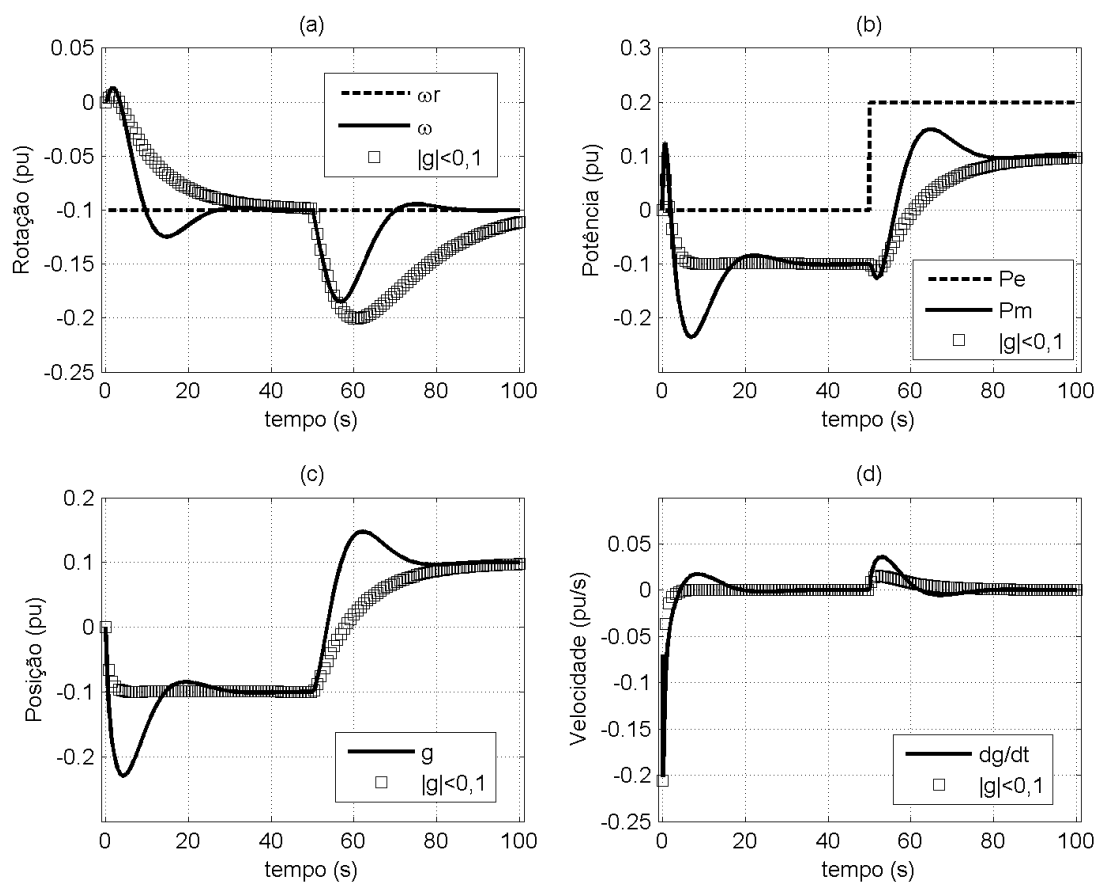


FIGURA 51 – Resposta temporal para uma menor abertura limite do distribuidor.  
Fonte: Autor.

## 6.7 Projeto VII

Caso a resposta inversa da potência precise ter um limite, isso também é bastante cômodo de se incluir como restrição do problema de otimização. Como ilustração considera-se a primeira manobra apenas de redução de velocidade em 0,1 pu, porém, impondo que a resposta inversa da potência não ultrapasse 0,05 pu. Para tanto, acrescenta-se a restrição (134), ao problema de otimização, conforme abaixo:

$$-1 \leq 2(x - g) \leq 0,05 \text{ pu.}$$

Resolvendo o problema de otimização, obtém-se novos ganhos para o controlador:

$$k_p = 0,58$$

$$k_i = 0,12$$

$$k_d = 0,05$$

para uma função custo

$$J = 0,09$$

Os gráficos da figura 52 mostram o resultado obtido (marcador quadrado). A restrição de limite da resposta inversa foi atendida ao preço de se elevar o tempo de acomodação da resposta em relação ao problema original sem essa restrição (linhas contínuas). Outra consequência dos menores ganhos obtidos é a redução das amplitudes e frequências de oscilação.

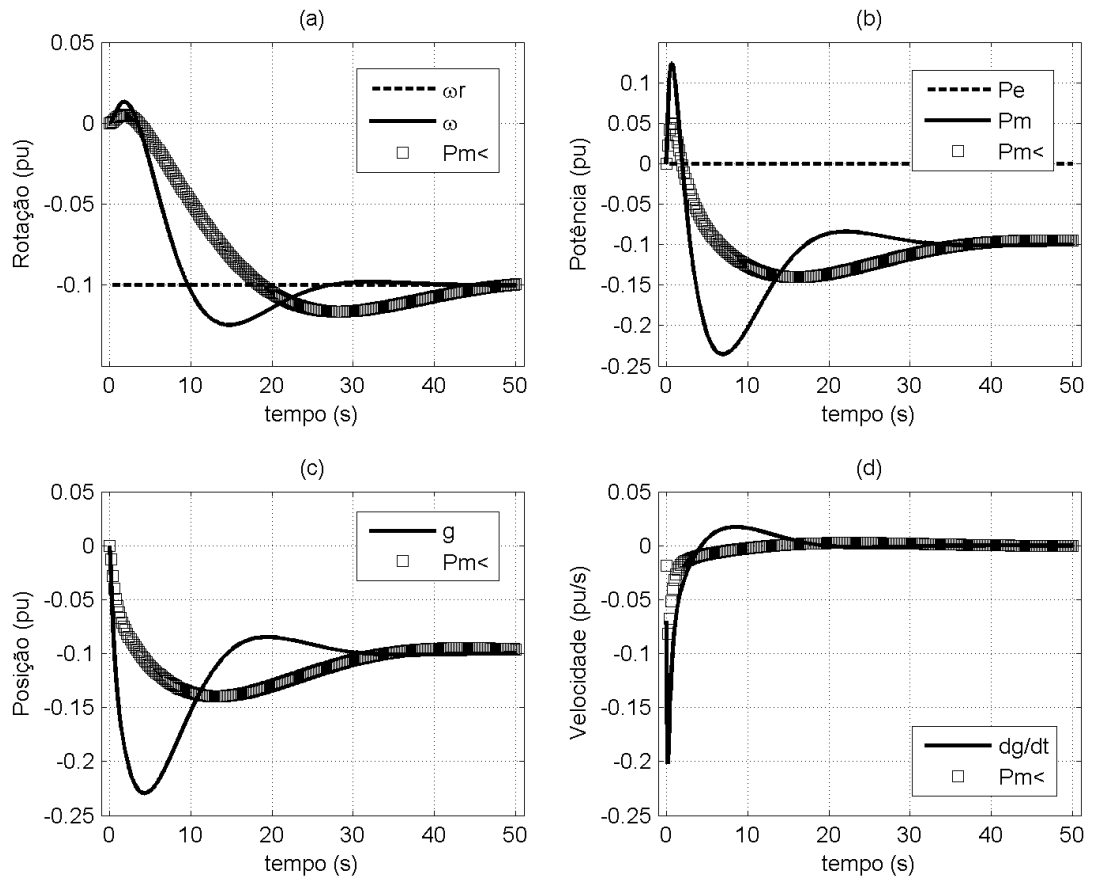


FIGURA 52 – Resposta temporal para uma resposta inversa limitada.  
 Fonte: Autor.

## 6.8 Projeto VIII

Conforme detalhado no capítulo anterior, é incluído modelo de referência (135),

$$N(s) = \frac{1}{10s + 1}$$

cuja a resposta seja próxima a de um sistema de primeira ordem de constante de tempo 10s, incluindo-se no problema de otimização a variável auxiliar (136)

$$ref = \omega_r (1 - e^{-0,1t}),$$

que é usada na função objetivo (137), abaixo

$$\min_p J = \int_0^t (ref - \omega)^2 dt \quad (166)$$

Baseado no diagrama de blocos da figura 43, como o modelo de referência é usado para produzir o sinal de referência que a velocidade deve perseguir. O erro  $\varepsilon$  de rastreamento é a quantidade cujo acúmulo deve ser minimizado no sentido quadrático (137).

Resolvendo-se esse problema de otimização chega-se a seguinte sintonia

$$k_p = 1,12$$

$$k_i = 0,09$$

$$k_d = -0,01$$

para uma função custo

$$J = 0,003$$

Os gráficos da figura 53 ilustram o desempenho obtido utilizando-se o modelo de referência de primeira ordem numa manobra de redução de velocidade de 0,1 pu. Nota-se em

(a) que a função objetivo quadrática fez a resposta (marcador quadrado) seguir a referência (tracejada) de forma aproximada depois do término do efeito da resposta inversa.

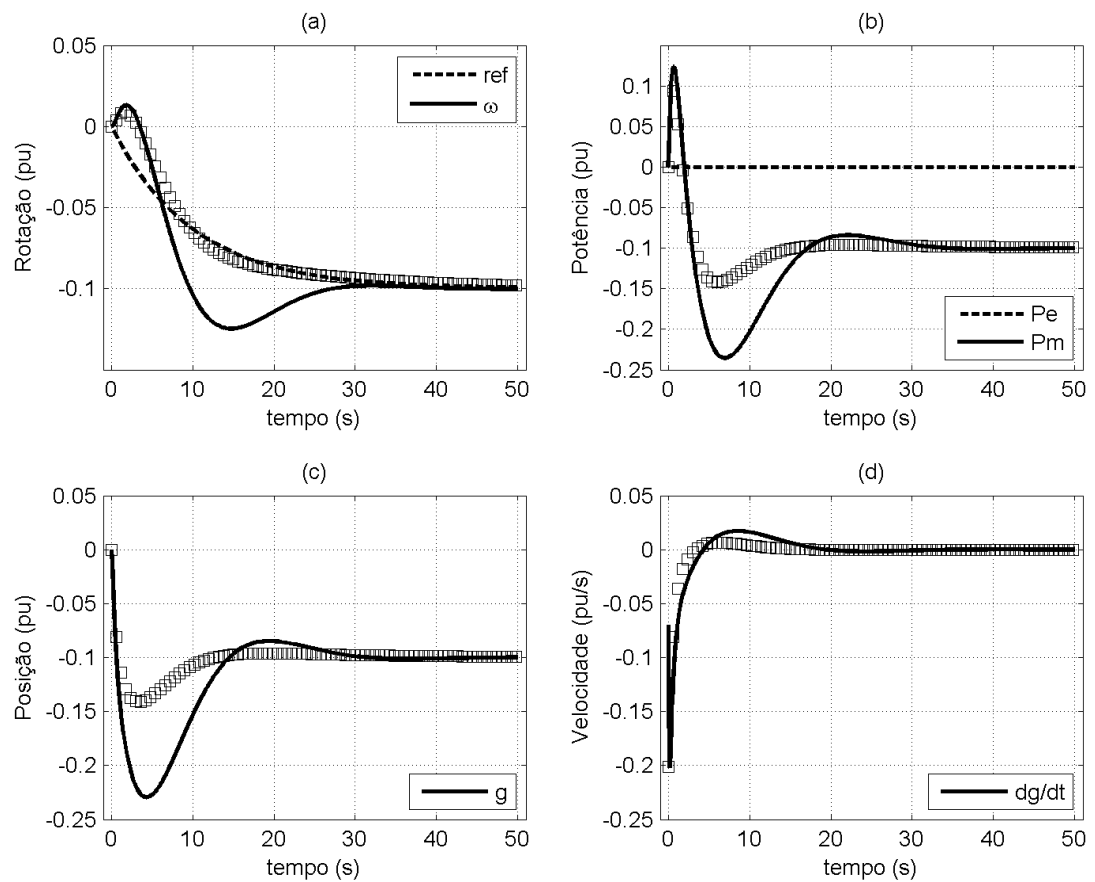


FIGURA 53 – Resposta temporal para uma trajetória de referência.

Fonte: Autor.



## 6.9 Projeto IX

Conforme o diagrama de blocos da figura 44, o modelo de referência é substituído pela equação (138):

$$N_2(s) = \frac{1}{5s + 1}$$

Incluindo-se a variável auxiliar (139)

$$ref = P_e(1 - e^{-t/5}),$$

que é usada na função objetivo (140):

$$\min_p J = \int_0^t (ref - P_m)^2 dt$$

Resolvendo-se este problema de otimização chega-se a seguinte sintonia

$$k_p = 1,77$$

$$k_i = 0,16$$

$$k_d = 2,55$$

para uma função custo

$$J = 0,018$$

Os gráficos da figura 54 ilustram o desempenho obtido utilizando-se o modelo de referência de primeira ordem numa manobra apenas de rejeição de perturbação de carga de 0,2 pu a partir de  $t = 0$  s. Nota-se em (b) que a função objetivo quadrática fez a resposta da

potência mecânica (marcador quadrado) seguir a referência (tracejada) de forma aproximada depois do término do efeito da resposta inversa.

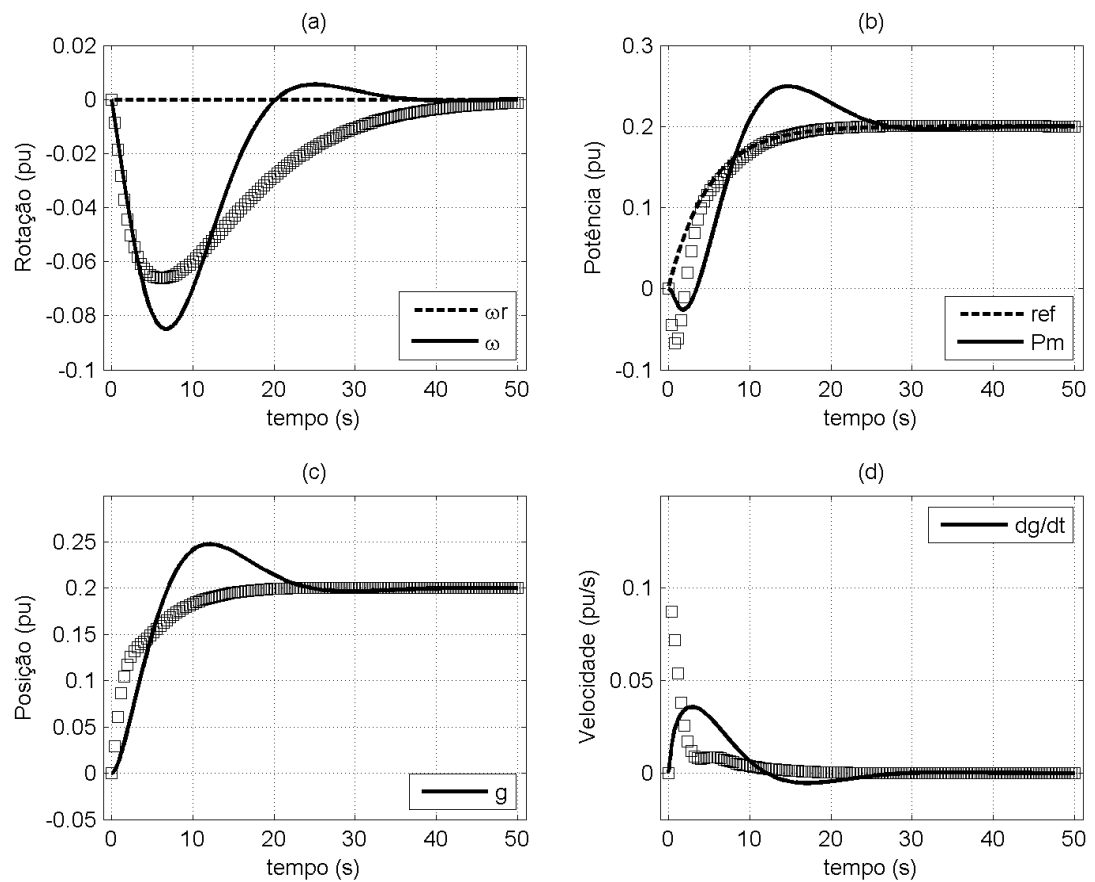


FIGURA 54 – Resposta temporal para uma trajetória de referência para rejeição de perturbação.

Fonte: Autor.

## 6.10 Projeto X

Conforme o diagrama de blocos da figura 45, descrito no item 5.2.10, este projeto trata os parâmetros  $T_W$  (141) e  $T_M$  (142), nos seguintes intervalos:

$$1 \leq T_W \leq 4$$

$$3 \leq T_M \leq 10$$

Utilizando cinco pares definidos na tabela 1, com a função objetivo (143), e sujeitos às restrições dinâmicas (144) a (148), algébricas (149) e (150) e operacionais citadas (151) e (152), baseando-se no diagrama de blocos da figura 16.

Resolvendo-se o problema de otimização (143) a (152) do problema de controle robusto paramétrico chega-se a seguinte sintonia:

$$k_p = 0,78$$

$$k_i = 0,13$$

$$k_d = 0,024$$

Para se analisar por outro ponto de vista a efetividade que essa sintonia representa em termos de robustez utilizam-se os diagramas de Bode de malha aberta da figura 55, representados em mesmas escalas. Os diagramas de Bode em (a) e (b) são relativos aos cinco sistemas estudados e controlados com o PID robusto. Cada diagrama relativo ao número do respectivo experimento. Os diagramas de Bode em (c) e (d) são dos mesmos cinco sistemas, porém controlados com o PID originalmente projetado cuja sintonia resultou em:

$$k_p = 1,44$$

$$k_i = 0,226$$

$$k_d = -0,109$$

É imediato perceber pelos diagramas de Bode que o PID robusto diferencia-se do outro controlador por conferir uma menor banda passante que o controlador original para

características em fase similares. A menor banda passante confere o aumento das margens de estabilidade relativa e diminuição da amplificação de ruídos de alta frequência e de erros de modelagem que, normalmente, também são de alta frequência. Ou seja, de fato a solução do problema de otimização (143) a (152) resulta numa sintonia robusta.

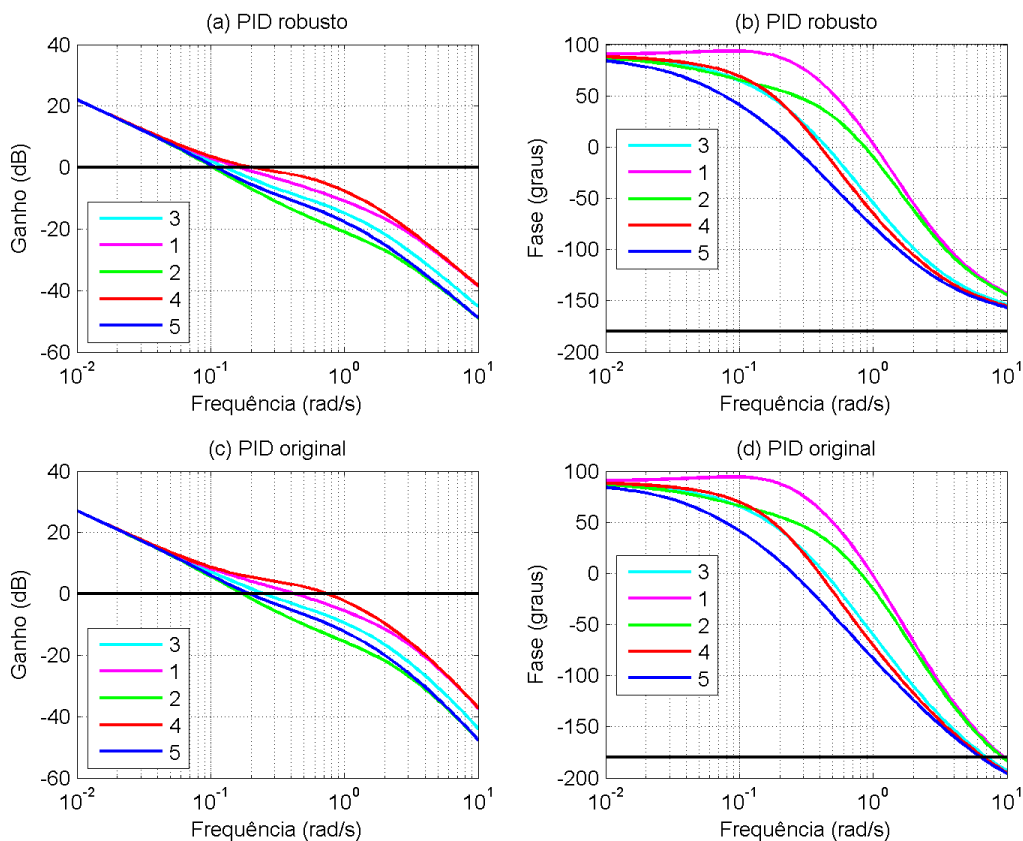


FIGURA 55 – Diagrama de Bode - robusto x original.  
 Fonte: Autor (MATLAB).

A tabela 3 resume as margens de estabilidade encontradas para cada um dos cinco sistemas quando controlados com o PID robusto e com o PID original. Em todas as situações as margens de estabilidade do sistema robusto são superiores às do sistema original. Note inclusive que para  $T_w = 4$  e  $T_M = 10$ , o sistema original é instável, mas com o PID robusto apresenta uma boa margem de fase. Vale dizer que a margem de fase pode ser considerada uma métrica mais adequada para se avaliar a robustez do sistema do que a margem de ganho,

pois a margem de fase representa tolerância às dinâmicas não modeladas, enquanto que a margem de ganho representa tolerância aos erros de regime permanente que são mais facilmente evitados no processo de modelagem.

TABELA 3 – Margens de Estabilidade.

			<b>PID robusto</b>	PID original	<b>PID robusto</b>	PID original
Experimento	$T_w$ (s)	$T_M$ (s)	Margem de Ganho (dB)		Margem de Fase (graus)	
1	1	3	<b>2,9</b>	1,5	<b>58,1</b>	31,9
2	1	10	<b>3,6</b>	1,8	<b>90,8</b>	59,5
3	2,5	6,5	<b>9,8</b>	4,9	<b>64,7</b>	57,9
4	4	3	<b>1,3</b>	0,7	<b>41,6</b>	-48,6
5	4	10	<b>2,3</b>	1,2	<b>37,4</b>	13

Fonte: Autor.

Os gráficos da figura 56 mostram as respostas temporais obtidas com o controlador PID robusto aplicado a cada um dos cinco sistemas considerados, cada resposta com o número do respectivo experimento. Como esperado, todas as restrições são atendidas para o controlador que minimiza a função custo.

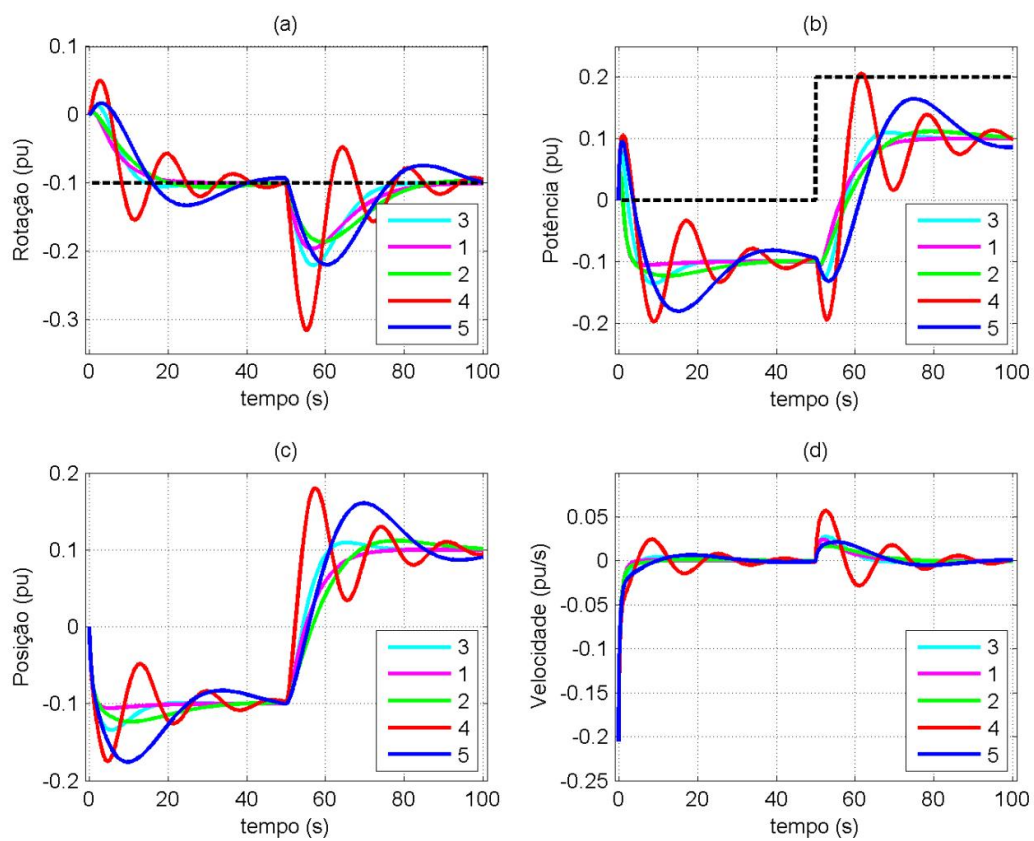


FIGURA 56 – Resposta temporal do PID robusto.  
Fonte: Autor (MATLAB).

### 6.11 Projeto Shooting

Conforme descrito no item 5.2.11, utilizou-se o método de integração das equações diferenciais (Shooting) para  $\lambda = 0$ . A única alteração feita refere-se a inclusão de uma variável extra de estado  $\alpha$  no modelo dinâmico para que a função custo seja reescrita como

$$\min_p J = \alpha , \quad (163)$$

tal que

$$\dot{\alpha} = (\omega_r - \omega)^2 . \quad (164)$$

Em comparação com a colocação direta que foi implementada com 200 nós e que tem cerca de 1000 parâmetros associados para serem otimizados, no Shooting são apenas 3, ou seja, somente os ganhos do controlador. Entretanto, em oposição a essa aparente vantagem está a elevada sensibilidade desse método, pois uma pequena mudança num dos parâmetros no início da solução do problema pode implicar em grandes diferenças no final da integração. Essa característica pode gerar dificuldades de convergência do método como verificado em diversos cenários neste trabalho.

O método de otimização utilizado é aquele implementado do pela função FMINCON baseado no cálculo do gradiente da função objetivo. Entretanto, para que a base de comparação seja a mesma, utilizou-se o mesmo solver utilizado no problema de Colocação Direta (SNOPT) ao invés do solver nativo do MATLAB. A integração numérica das equações diferenciais foi realizada pela função ODE45 do MATLAB que implementa o método de Runge-Kutta de ordem 4 com passo variável.

O horizonte de otimização de 100 s foi mantido e as mesmas entradas foram aplicadas nos mesmos instantes. Para uma estimativa inicial,

$$k_p = 1,4$$

$$k_i = 0,2$$

$$k_d = 0$$

os valores ótimos encontrados para os ganhos do controlador são

$$k_p = 1,435$$

$$k_i = 0,225$$

$$k_d = -0.119$$

para uma função custo

$$J = 0,1247$$

A solução encontrada é praticamente a mesma encontrada com o uso da colocação direta. Entretanto, note-se que a estimativa inicial é próxima da solução ótima. Conforme esperado, o Shooting se mostrou bastante sensível à estimativa inicial e somente para valores próximos da solução ótimo houve convergência na resposta. A tabela 4 ilustra alguns desses casos, sendo que para todos os casos que convergiram, o valor da função custo foi sempre  $J = 0,1247$ .



TABELA 4 – Convergência do Shooting.

			Convergência	
Estimativa inicial			Sim	Não
$k_p$	$k_i$	$k_d$		
1,444	0,226	-0,109	x	
1,8287	-0,0585	1,2011	x	
1,4	0,2	0	x	
-0,4311	0,6219	-1,3153	x	
10	10	10		x
-10	-10	-10		x
1	1	0		x
1,8596	-1,3695	1,8824		x

Fonte: Autor.

Ao contrário do método Shooting, a colocação direta raramente apresentou problemas de convergência em função das estimativas iniciais, convergindo sempre para o mesmo ponto ótimo mesmo para estimativas muito longes do ótimo. Vale dizer que a colocação direta teve esse bom desempenho mesmo com 1008 parâmetros em comparação com os 3 parâmetros do Shooting.

## 7. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma técnica de otimização numérica denominada de colocação direta, com o propósito de otimizar parâmetros de sintonia de controladores utilizados na regulação de velocidade e potência de turbinas hidrelétricas. Em pesquisas realizadas na literatura não foram encontrados estudos semelhantes sobre aplicações de colocação direta no controle desse tipo de planta. Optou-se por escolher um controlador do tipo PID devido à sua preferência na grande maioria das aplicações existentes, porém, conforme demonstrado, o método apresentado pode ser aplicado, de forma análoga, a controladores que processam outros algoritmos de controle.

O método da colocação direta, transforma o problema de otimização num problema de otimização paramétrica, as equações diferenciais são discretizadas, e as variáveis de estado e de controle são tratadas como parâmetros livres, desta forma, tem-se a liberdade de definir restrições para todas as variáveis, bem como de se fazer ajustes na própria estrutura do controle. A colocação direta da flexibilidade de inserir restrições físicas e operacionais, permite fazer ajustes e correções no modelo, trabalhando melhor as incertezas. As técnicas convencionais de controle não contemplam a inclusão de restrições diretamente na formulação do problema.

Foram apresentados dez projetos exemplos, utilizando a técnica da colocação direta, com a ferramenta PROPT, na plataforma MATLAB, onde os resultados foram simulados graficamente. As simulações foram divididas em duas etapas consecutivas, formadas por duas variações em degrau de velocidade de rotação e carga (ou potência), respectivamente, sendo que o segundo degrau ocorria 50 segundos após ao primeiro, período esse suficiente para a estabilização dos estados na primeira etapa. Desta forma, em cada teste, foi possível avaliar duas respostas simultaneamente. Foram abordadas diversas possibilidades, como na otimização de parâmetros de um controlador PID. Concluindo, a utilização de um algoritmo do tipo PI, dependendo da análise feita, pode ser mais adequada do que a utilização de um algoritmo PID. Em sucessivas variações de restrições operacionais tais como, abertura do distribuidor e velocidade máxima de atuação, obteve-se resultados comparativos importantes. Devido à relevância do efeito da resposta inversa no início do movimento do distribuidor, optou-se por restringi-la, atuando diretamente na função de custo, incluindo-se um fator de tempo com expoente negativo, de forma que, seu efeito fosse maior no início do processo e se

anulasse com passar do tempo. O resultado foi claramente constatado. Em outro caso, a função de custo teve a referência substituída por uma função de primeira ordem, incluída em paralelo ao modelo original, tratando as referências de rotação e de carga, respectivamente nos projetos citados. Desta forma, a quantidade de erro acumulada foi minimizada no sentido quadrático. Esse novo erro foi denominado de erro de rastreamento e os resultados foram constatados graficamente. Por fim, supondo que os parâmetros  $T_W$  e  $T_M$ , pudessem ser variáveis, foi estabelecida uma estratégia de robustez, a partir de cinco pares dessas variáveis, atribuídos a cinco sistemas em paralelo, cada qual com as mesmas referências de rotação e carga (potência). Os resultados foram claramente percebidos.

Adicionalmente, foi feita uma aplicação com a técnica de *Shooting*, utilizando a ferramenta de software FMINCON, com os mesmos dados adotados inicialmente, para efeito de comparação. A solução encontrada foi compatível com a solução da colocação direta, porém, a técnica de *Shooting* mostrou-se bastante sensível às estimativas iniciais, apresentando problemas de convergência, apesar de processar um número bem menor de parâmetros do que os processados pela colocação direta.

Os resultados numéricos obtidos sugerem que a técnica de colocação direta é bastante adequada ao projeto do sistema de controle de turbinas hidrelétricas.

Como proposta para futuros estudos e com o objetivo de estender este trabalho, devido às muitas configurações possíveis em plantas hidrelétricas que utilizem turbinas do tipo Francis, há um número grande de opções a serem exploradas no prosseguimento dos estudos utilizando a colocação direta. Dentre elas, pode-se destacar a inclusão de não-linearidades ao modelo, também pode-se incluir os fenômenos de compressibilidade da água, incluindo condutos mais extensos, como túneis de adução e tanques de expansão, ou ainda, considerar no modelo, múltiplas unidades geradoras em paralelo. A todas essas possibilidades é possível agregar novas estratégias de controle, como verificado no estado da arte.

## REFERÊNCIAS

- ANBO, M.; XIANGANG, P.; HAO, Y. Multi-agent Based Distributed Genetic Algorithm Applied to the Optimization of Self-Adaptive PID Parameters of Hydro-turbine. **2nd International Conference on Intelligent System Design and Engineering Application (ISDEA)**. p.359 - 363, Sanya, Hainan, China. Janeiro, 2013.
- ANEEL, Atlas de energia elétrica do Brasil, **Agência Nacional de Energia Elétrica**. 2. Ed – Brasília - 2005.
- BETTS, J.T; **Practical Methods for Optimal Control and Estimation Using Nonlinear Programming** – Second Edition. Society for Industrial and Applied Mathematics. 2010.
- CHAUDHRY, M. H. "Governing Stability of a Hydroelectric Power Plant", **Water Power**, London. p. 131-136, Abril 1970.
- CHENG, Y. et al. "Anthropomorphic Intelligent PID Control and Its Application in The Hydro Turbine Governor". **Proceeding of the First International Conference on Machine Learning and Cybernetics**, Beijing, 4-5. P. 391-395, Novembro 2002.
- DE JAEGER, E. et al. Hydro turbine model for system dynamic studies. **IEEE Transactions on Power Systems**. v.9, n.4, p.1709 - 1715, Novembro 1994.
- DING, X; SINHA, A. Sliding Mode/  $H_\infty$  Control of a Hydro-power Plant. 2011 **American Control Conference on O'Farrel Street**, San Francisco, CA, USA. Junho-Julho 2011.
- FANG, H.; SHEN, Z. Modeling and Simulation of Hydraulic Transients for Hydropower Plants.. **IEEE/PES Transmission and Distribution Conference & Exhibition: Asia and Pacific**, Dalian, China. 2005.
- FANG, H. et al. Basic Modeling and Simulation Tool for Analysis of Hydraulic Transients in Hydroelectric Power Plants. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v.23, n.3, p.834-841, 2008.
- HAGIHARA, S. et al. Stability of a hydraulic Turbine Generating Unit Controlled by P.I.D. Governor. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**. v.PAS-98, n.6, p. 2294 – 2298, 1979.
- HAMARASHEED, C.; HARIS, S. M.; NOPIAH, Z. M. Weighted Multiple Model Adaptive LQG and PI Control for a Hydro Turbine Plant. **2012 International Conference on Advanced Mechatronic Systems (ICAMechS)**.p. 656-661. Tokyo.
- HOVEY, L. M. Optimum Adjustment of Hydro Governors on Manitoba Hydro System. **Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 81, n. 3, p. 581-586. 1962
- IEEE Committee Report, Hydraulic Turbine and Turbine Control Models for System Dynamic Studies, **IEEE Trans. Power Syst.**, v.7, n. 1, p.167-179, Fevereiro 1992.

ITAIPU Binacional em: <<http://www.itaipu.gov.br/userfiles/image/turbina.jpg>>. Acesso em: 30/07/2013.

IZENA, A. et al. Practical hydraulic turbine model. **Power Engineering Society General Meeting, 2006. IEEE**. Montreal, Que, Canada. 2006.

JIANG, C.; MA, Y.; WANG, C. PID controller parameters optimization of hydro-turbine governing systems using deterministic-chaotic-mutation evolutionary programming (DCMEP). **Energy Conversion and Management- Elsevier**. v. 47, n. 9-10, p. 1222-1230. 2006.

KHODABAKSHIAN, A.; GOLBON, N. Robust Load Frequency Controller Design For Hydro Power Systems. Control Applications, 2005. **Conference on Proceedings of 2005 IEEE** p. 1510-1515. Toronto, Ontario, Canada. 2005.

KISHOR, N.; SAINI, R. P.; SINGH, S. P. Simulation of reduced order hydro turbine models to study its hydraulic transient characteristics. **9th International Multitopic Conference, IEEE INMIC 2005**. p. 1-6. Karachi, Pakistan. Dezembro 2005.

KONIDARIS, D. N.; TEGOPOULOS, J. A. Investigation of oscillatory problems of hydraulic generating units equipped with Francis turbines. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 12, n. 4, p. 419-425, 2002.

KOU, P. et al. Identification of Hydraulic Turbine Governor System Parameters Based on Bacterial Foraging Optimization Algorithm. **Sixth International Conference on Natural Computation ICNC) 2010**. p. 3339-3343. Yantai, Shandong – China. Agosto 2010.

KUNDUR, P. **Power System Stability and Control**. McGraw-Hill, 1993.

LANSBERRY, J.E.; WOZNIAK, L.; GOLDBERG, D. E. Optimal Hydrogenerator Governor Tuning with a Genetic Algorithm. **IEEE Transactions on Energy Conversion**. v. 7, n.4, p. 623-630. Dezembro 1992.

LEUM, M. The Development and Field Experience of a Transistor Electric Governor of a Hydro Turbines. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**. v. PAS-85, n.4, p.393-401. 1966.

LIU, S.; LI, D. L.; HUANG, C. Nonlinear robust control with high gain observer for governor of hydro-turbine generator sets. **10th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)**. p.2752 - 2757, Beijing, China, Julho 2012.

MACHOWSKI, J.; BIALEK, J. W.; BUMBY, J. R. **Power System Dynamics – Stability and Control** - 2a. Edição. John Wiley & Sons, Ltd. 2008.

MURTY, P.S.R. **Operation and Control in Power Systems**. B.S. Publications, India.2008.

ORELIND, G. et al. Optimal PID gain schedule for hydrogenerators-design and application. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 4, n. 3, p. 300-307. 1989.

PHI, D.T. et al. Analysis and Application of the Stability Limits of a Hydro-Generating Unit. . **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**. v. PAS-100, n.7, p.3203-3212. Julho 1981.

PICO, H. V.; MACCALLEY, J. Modeling and Analysis of Speed Controls in Hydroturbines for Frequency Performance. **North American Power Symposium (NAPS)**. p. 1-7. Boston, MA, USA. Agosto, 2011.

POULIN, E.; POMERLEAU, A. Unified PID Design Method Based on a Maximum Peak Resonance Specification. **Control Theory and Applications, IEEE Proceedings**. v. 144, n. 6, p. 566-574. Novembro 1997.

QIAN, D.; YI, J.; LIU, X. GA-based fuzzy sliding mode governor for hydro-turbine. **International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)**. p. 382 - 387. Dalian, China. Agosto 2010.

QIAN, D.; YI, J.; LIU, X. Design of reduced order sliding mode governor for hydro-turbines. **American Control Conference (ACC)**. p.5073-5078. San Francisco, CA, USA, Junho-Julho 2011.

RAMEY, D.G.; SKOOG LUND, J. W. Detailed Hydrogovernor Representation for System Stability Studies. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-89, n. 1, p.106-112,1970.

SANATHANAN, C. K. Accurate Low Order Model for Hydraulic Turbine-Penstock. **IEEE Power Engineering Review** , v.PER-7, n. 6, p.34 - 35, Junho1987.

SANSEVERO, G. **Controle Preditivo Baseado em Modelo para Turbo-geradores Hidráulicos Tipo Francis**. 2006. 96 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - UNICAMP, Campinas, SP.

SINGH, M. K; NARESH, R.; GUPTA, D.K. Optimal tuning of temporary droop governor of hydro power plant using genetic algorithm. **International Conference on Energy Efficient Technologies for Sustainability (ICEETS)**. p.1132 - 1137, Nagercoil, TN, India. April 2013.

SUBCHAN, S.; ZBIKOWSKY, R. **Computacional Optimal Control – Tools and Practice**. John Wiley and Sons, Ltd, Publications. 2009.

UNDRILL, J. M.; WOODWARD, J. L. Nonlinear Hydro Governing Model and Improved Calculation for Determining Temporary Droop. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**. v. PAS-86, n.4, p.443-453. Abril 1967.

VOITH Hydro Power. Disponível em: <<http://voith.com/en/products-services/hydro-power/turbines-559.html>>. Acesso em: 30/06/2013.

WOZNIAK, L.; A Graphical Approach to Hydrogenerator Governor Tuning. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 5, n. 3, p. 417 - 421. Setembro 1990.

ZHANG, X.; ZHANG, M. An Adaptive Fuzzy PID Control of Hydro-Turbine Governor. **Proceedings of the Fifth International Conference on Machine Learning and Cybernetics**, Dalian, Agosto 2006.

**APÊNDICE 1 - CÓDIGOS EM MATLAB (PROPT E FMINCON)  
DAS APLICAÇÕES CONSTANTES NOS PROJETOS APRESENTADOS**



## APÊNDICE 1 - listagem dos programas

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% colocação direta
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Definições
    toms t kp ki kd
    tf = 100;
    no = 200;
    p = tomPhase('p', t, 0, tf, no);
    setPhase(p);
    tomStates z g x w v

% Constantes
    TG = 0.5;
    Tw = 2.0;
    TM = 10.0;
    KD = 1.0;
    Td = 0.1;

% Referência e Perturbação
    wr = ifThenElse( t, 'lt', 0, 0, -0.1, 0);
    Pe = ifThenElse( t, 'lt', 50, 0, +0.2, 0);

% valores iniciais (t=0) dos estados
    cbnd={ initial({z==0;g==0;x==0;w==0;v==0}) };

% estimativa inicial da solução
    x0 = { icollocate({z==0;g==0;x==0;w==0;v==0})
           collocate(kp == 0.8*TM/Tw)
           collocate(ki == 0.24*TM/((Tw)^2))
           collocate(kd == 0.27*TM) };

% Variáveis Internas
    u = kp*(wr-w) + (z) + (kd/Td)*( (wr-w)-(v) );
    Pm = 2*(x-g);

% Equações Diferencias
    ceq = { collocate( dot(z) == ( ki )*(wr-w) )
            collocate( dot(g) == (1/TG)*(u-g) )
  
```

```

        collocate( dot(x) == (1/Tw)*(g-Pm) )
        collocate( dot(w) == (1/TM)*( Pm-Pe)-(KD*w) )
        collocate( dot(v) == (1/Td)*( wr-w)-(v) ) };

% Restrições
    cbox = { -0.5 <= collocate(g) <= +0.5
            -0.2 <= collocate(dot(g)) <= +0.2 };

% Função Objetivo
    objective = integrate ( (wr-w)^2 );

% Solução
    options = struct;
    options.name = 'diretal';

    [solution,result] = ezsolve( objective, ...
                                {cbox,cbnd,ceq}, x0, options);

    t = subs(collocate(t),solution);
    z = subs(collocate(z),solution);
    g = subs(collocate(g),solution);
    x = subs(collocate(x),solution);
    w = subs(collocate(w),solution);
    wr = subs(collocate(wr),solution);
    u = subs(collocate(u),solution);
    Pm = subs(collocate(Pm),solution);
    Pe = subs(collocate(Pe),solution);
    kp = subs(collocate(kp),solution);
    ki = subs(collocate(ki),solution);
    kd = subs(collocate(kd),solution);

% Gráficos da Solução
    subplot(2,2,1)
        plot(t,wr,'k--',t,w,'k-', 'linewidth',2); grid
        legend('\omegar', '\omega', 'Location', 'NorthEast')
        title(' (a) ')
        ylabel('Rotação (pu)')
        xlabel('tempo (s)')
        axis([-1 101 -0.2 0.05])
    subplot(2,2,2)

```

```
plot(t,Pe,'k--',t,Pm,'k-', 'linewidth',2); grid
legend('Pe','Pm','Location','SouthEast')
title('(b)')
ylabel('Potência (pu)')
xlabel('tempo (s)')
axis([-1 101 -0.3 0.25])
subplot(2,2,3)
plot(t,g,'k-', 'linewidth',2); grid
legend('g','Location','SouthEast')
title('(c)')
ylabel('Posição (pu)')
xlabel('tempo (s)')
axis([-1 101 -0.3 0.2])
subplot(2,2,4)
plot(t,((1/TG)*(u-g)), 'k-', 'linewidth',2); grid
legend('dg/dt','Location','SouthEast')
title('(d)')
ylabel('Velocidade (pu/s)')
xlabel('tempo (s)')
axis([-1 101 -0.25 0.05])
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% shooting (programa principal)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% runfmincon1.m

    X0 = [ 1.4      0.2      0      ];
    [x,fval,flag,saida] = fmincon( 'objetivo1',X0, ...
                                   [],[],[],[],[],[],...
                                   'limitel')

% Simulação

    IC = [0 0 0 0 0 0];
    Tspan = [0 100];

    options = odeset( 'RelTol', 1e-3, ...
                     'AbsTol', 1e-6*[ 1 1 1 1 1 1 ], ...
                     'InitialStep', 100/200/10, ...
                     'MaxStep', 100/200 );

    [T,Y] = ode45( @(t,y) myodel(t,y,x), Tspan, IC, options );

% constantes

    TG = 0.5; Tw = 2.0; TM = 10.0; KD = 1.0; Td = 0.1;

% entradas

    wr = -0.1;
    if T >= 50, Pe = 0.2; else, Pe = 0; end

% parâmetros x que estão sendo otimizados foram passados

    kp = x(1);      ki = x(2);      kd = x(3);

% estados retormados

```

```

z = Y(:,1);      g = Y(:,2);      X = Y(:,3);
w = Y(:,4);      v = Y(:,5);

```

```

% relações algébricas retornadas

```

```

u = kp*(wr-w) + (z) + (kd/Td)*((wr-w)-v);
Pm = 2*(X-g);
dot_g = (1/TG)*(u-g);

```

```

% gráficos

```

```

subplot(2,2,1)
plot(T,w,'k-','linewidth',2); grid
legend('\omega','Location','NorthEast')
title('(a)')
ylabel('Rotação (pu)')
xlabel('tempo (s)')
axis([-1 101 -0.2 0.05])

subplot(2,2,2)
plot(T,Pm,'k-','linewidth',2); grid
legend('Pm','Location','SouthEast')
title('(b)')
ylabel('Potência (pu)')
xlabel('tempo (s)')
axis([-1 101 -0.3 0.25])

subplot(2,2,3)
plot(T,g,'k-','linewidth',2); grid
legend('g','Location','SouthEast')
title('(c)')
ylabel('Posição (pu)')
xlabel('tempo (s)')
axis([-1 101 -0.3 0.2])

subplot(2,2,4)
plot(T,((1/TG)*(u-g)),'k-','linewidth',2); grid

```

```
legend('dg/dt', 'Location', 'SouthEast')  
title('(d)')  
ylabel('Velocidade (pu/s)')  
xlabel('tempo (s)')  
axis([-1 101 -0.20 0.05])
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% shooting (equações diferenciais)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [yponto] = myodel(t,y,x)

% parâmetros x que estão sendo otimizados foram passados

    kp = x(1);    ki = x(2);    kd = x(3);

% estados são entradas da função

    z = y(1);    g = y(2);    X = y(3);
    w = y(4);    v = y(5);

% entradas

    wr = -0.1;
    if t >= 50, Pe = 0.2; else, Pe = 0; end

% constantes

    TG = 0.5;    Tw = 2.0;    TM = 10.0;    KD = 1.0;    Td = 0.1;

% relações algébricas

    u = kp*(wr-w) + z + (kd/Td)*((wr-w)-v);
    Pm = 2*(X-g);

% ODEs

    yponto(1,1) = ( ki )*(wr-w);           % dot(z)
    yponto(2,1) = (1/TG)*(u-g);           % dot(g)
    yponto(3,1) = (1/Tw)*(g-Pm);         % dot(X)
    yponto(4,1) = (1/TM)*((Pm-Pe)-KD*w); % dot(w)
    yponto(5,1) = (1/Td)*((wr-w)-v);     % dot(z)

```

```
% ODE auxiliar para calculo do J
```

```
yponto(6,1) = (wr - w)^2;
```

```
% J = y(6)
```

```
end
```



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% shooting (função objetivo)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [J] = objetivo1(x)

% passa os parâmetros x da equação que estão sendo otimizados
    Tspan = [0 100];
    IC = [0 0 0 0 0 0];
    [T,Y] = ode45( @(t,y) myodel(t,y,x), Tspan, IC );
    J = Y(end,6);
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% shooting (restrições)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function [C,Ceq] = limite1(x)

% passa os parâmetros x da equação que estão sendo otimizados
    Tspan = [0 100];
    IC = [0 0 0 0 0 0];
    [T,Y] = ode45( @(t,y) myodel(t,y,x), Tspan, IC );

% constantes
    TG = 0.5; Tw = 2.0; TM = 10.0; KD = 1.0; Td = 0.1;

% entradas
    wr = -0.1;
    if T >= 50, Pe = 0.2; else, Pe = 0; end

% parâmetros x que estão sendo otimizados foram passados
    kp = x(1);      ki = x(2);      kd = x(3);

% estados retornados
    z = Y(:,1);     g = Y(:,2);     X = Y(:,3);
    w = Y(:,4);     v = Y(:,5);

% relações algébricas retornadas
    u = kp*(wr-w) + z + (kd/Td)*((wr-w)-v);

```

```
Pm = 2*(X-g);  
dot_g = (1/TG)*(u-g);  
  
% restrições  
C(1) = +max(g) - 0.5;  
C(2) = -min(g) - 0.5;  
C(3) = +max(dot_g) - 0.2;  
C(4) = -min(dot_g) - 0.2;  
Ceq = [];  
  
end
```