

CENTRO UNIVERSITÁRIO FEI
MAURÍCIO ALVES DE ALMEIDA MARTINS

**EFEITOS DA ASSISTÊNCIA MOTORIZADA EM MALHA FECHADA NA
LOCOMOÇÃO POR CADEIRAS DE RODAS MANUAIS**

São Bernardo do Campo

2018

MAURÍCIO ALVES DE ALMEIDA MARTINS

**EFEITOS DA ASSISTÊNCIA MOTORIZADA EM MALHA FECHADA NA
LOCOMOÇÃO POR CADEIRAS DE RODAS MANUAIS**

Dissertação de Mestrado apresentado ao Centro
Universitário FEI, como parte dos requisitos
necessários para obtenção do título de Mestre
em Engenharia Mecânica. Orientado pelo Prof.
Dr. Fabrizio Leonardi.

São Bernardo do Campo

2018

Martins, Maurício Alves de Almeida.

Efeitos da assistência motorizada em malha fechada na locomoção por cadeiras de rodas manuais / Maurício Alves de Almeida Martins. São Bernardo do Campo, 2018.

133 p. : il.

Dissertação - Centro Universitário FEI. Orientador: Prof. Dr. Fabrizio Leonardi. Coorientador: Prof. Dr. Marko Ackermann.

1. Tecnologia assistiva. 2. Controle ótimo. 3. Estratégias de controle.

I. Leonardi, Fabrizio, orient. II. Título.

Primeiramente a Deus, aos meus pais, aos meus irmãos e aos meus sobrinhos.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Doutor Professor Fabrizio Leonardi, por me instigar a realização desse trabalho.

Aos professores doutores Marko Ackermann, Roberto Bortolussi, Luiz de Siqueira Martins Filho e aos antigos orientados deste grupo de pesquisa, Vinicius Cuerva, Alberto Amâncio e Samuel Monteiro Junior.

À minha família, por me suportar nesse período e me dar o suporte necessário para mais essa conquista.

“O lucro do nosso estudo é tornarmo-nos
melhores e mais sábios. ”

Michel de Montaigne

LISTA DE ABREVIATURAS

EDA	Equação Diferencial Algébrica.
EDO	Equação Diferencial Ordinária
FL	<i>Feedback Linearization</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.
NLP	Nonlinear Programming
OMS	Organização Mundial de Saúde.
PAPAW	<i>Pushrim activated power wheelchair.</i>
P	Proporcional.
PD	Proporcional Derivativo
PID	Proporcional Integrativo Derivativo.
PROPT	<i>Optimal Control Software.</i>
SC	<i>Semi-circular below the handrim</i>
SNOPT	<i>Sparse Nonlinear Optimization.</i>
TMA	Teorema do momento angular.
TMB	Teorema do movimento do baricentro.

LISTA DE SIMBOLOS

Letras latinas

a	Distância do cotovelo até o centro de gravidade do antebraço.
A	Comprimento do antebraço.
b	Distância do ombro até o centro de gravidade do braço.
B	Comprimento do braço.
c	Função de limitação dinâmica.
c	Vetor de restrições cinemáticas.
d	Número de vínculos do sistema multicorpos.
e	Sinal do erro (controle PID)
e	Energia do sistema
f	Número de graus de liberdade do sistema multicorpos.
F	Força aplicadas sob o sistema.
G	Matriz que transforma as forças de contato em forças generalizadas.
H	Matriz que transforma os momentos articulares em forças generalizadas.
J	Momento de inércia.
\mathcal{J}	Função objetivo do problema de otimização.
J	Matriz jacobiana.
k	Matriz de forças generalizadas de Coriolis.
k_D	Ganho da ação derivativa.
k_I	Ganho da ação integral
k_p	Ganho da ação proporcional.
k^e	Vetor de forças generalizadas externas não vinculares.
l	Momentos aplicados sob o sistema.
\mathcal{L}	Função Lagrangiana.
m	Massa.
M	Matriz de massa do modelo.
n	Estado da malha da ação derivativa.
p	Parâmetros do sistema biomecânico.
P	Porcentagem de redução da inércia, do atrito viscoso e do atrito de Coulomb
r	Vetor posição relativo ao referencial inercial.
R_1	Raio dos raios de tração.
R_2	Raio das rodas traseiras.
q	Vetor de coordenadas generalizadas do sistema mecânico cadeira de rodas-usuário.
Q	Matriz que transforma a força de rolamento em forças generalizadas.
S	Tensor de rotação.
t	Tempo.
T_D	Constante de tempo da ação derivativa.
u	Lei de controle.

u	Variável de controle.
v	Velocidade do sistema dinâmico.
ω	Velocidade angular do sistema multicorpos.
w	Número de corpos rígidos.
x	Deslocamento longitudinal da cadeira de rodas.
y	Vetor de estado.
z	Vetor de variáveis dinâmicas.
Z	Estado da malha de ação integral.

Letras gregas

α	Deslocamento angular do antebraço em relação a vertical.
β	Deslocamento angular do braço em relação a vertical.
γ	Ângulo de giro da roda da cadeira em relação à direção inicial da mão em relação ao centro da roda
η	Ângulo de rampa.
ϕ	Ângulo do posicionamento inicial da mão com o aro de propulsão.
λ	Multiplicadores de Lagrange.
σ	Ângulo correspondente a matriz cosseno de rotação.
τ	Torque
Φ	Função de limitação pontual da Lagrangiana.
φ	Ângulo correspondente a matriz cosseno de rotação.
χ	Ângulo correspondente a matriz cosseno de rotação.
Ψ	Função dinâmica da Lagrangiana.
Ω	Vetor de funções do espaço de estados.

Lista de índices

0	Índice inicial.
1	Índice relacionado a fase de propulsão.
2	Índice relacionado a fase de retorno.
3	Índice relacionado a inércia do sistema.
4	Índice relacionado ao atrito viscoso do sistema.
5	Índice relacionado ao atrito de Coulomb.
A	Índice relativo ao antebraço.
B	Índice relativo ao braço.
c	Índice relativo ao cotovelo
C	Índice relativo ao conjunto da cadeira-usuário
e	Índice relativo a forças ou momentos externos.
f	Índice final.
i	Índice de linha.
m	Pontos de colocação.
M	Índice relacionado a assistência do motor,
n	Número de estados.
o	Índice relativo ao ombro.
p	Número de controles.
rol	Índice relacionado a força de rolamento.
r	Índice relacionado a força de reação do sistema.

\mathcal{R}	Índice relativo a matriz jacobiana rotacional.
R	Índice relativo as rodas traseiras.
T	Índice relativo a matriz jacobiana de translação.
v	Índice relativo a forças ou momentos vinculares.
x	Índice relativo ao eixo horizontal.
y	Índice relativo ao eixo vertical.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Cadeira de rodas híbrida.	28
Figura 2 – Sistema de controle com controlador PID.	43
Figura 3 – Modelo quatro barras.	47
Figura 4 – Representação dos corpos rígidos do sistema multicorpos.	51
Figura 5 – Inércia combinada da estrutura da cadeira de rodas em conjunto com o tronco e as pernas da pessoa.	52
Figura 6 – Forças atuantes no braço.	53
Figura 7 – Forças atuantes no antebraço.	54
Figura 8 – Forças atuantes nas rodas traseiras da cadeira.	55
Figura 9 – Variáveis do problema de controle ótimo.	63
Figura 10 – Diagrama de blocos em malha fechada da cadeira de rodas assistida com o controlador PD.	65
Figura 11 – Sistema de quatro-barras com a barra fictícia.	66
Figura 12 – Triângulo de L com o eixo vertical.	67
Figura 13 – Triângulo de entre B , A e L	68
Figura 14 – Diagrama de blocos em malha fechada da cadeira de rodas assistida – feedback linearization.	70
Figura 15 – Cinemática do movimento dos membros superiores – estratégia PD em regime permanente.	76
Figura 16 – Momentos articulares – estratégia PD em regime permanente.	78
Figura 17 – Cinemática dos membros superiores (ângulos articulares e da cadeira) – estratégia PD em regime permanente.	80

Figura 18 – Denominação dos movimentos das articulações do ombro e do cotovelo.....	80
Figura 19 – Cinemática do movimento dos membros superiores – estratégia PD em regime transitório.....	82
Figura 20 – Momentos articulares – estratégia PD em regime transitório	83
Figura 21 – Cinemática dos membros superiores (ângulos articulares e da cadeira) – estratégia PD em regime transitório.....	84
Figura 22 – Cinemática dos movimentos dos membros superiores – estratégia feedback linearization em regime permanente.....	85
Figura 23 – Momentos articulares – estratégia feedback linearization em regime permanente.	88
Figura 24 – Cinemática dos movimentos dos membros superiores – estratégia feedback linearization em regime permanente.....	90
Figura 25 – Momentos articulares – estratégia feedback linearization em regime transitório.	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados de massa, momentos de inércia e biométricos da pessoa.	60
Tabela 2 – Parâmetros da cadeira de rodas e motor.	60
Tabela 3– Função custo – estratégia PD em regime permanente.	77
Tabela 4– Tempo de duração do ciclo – estratégia PD em regime permanente.....	77
Tabela 5 – Função custo – estratégia PD em regime transitório.	82
Tabela 6 – Tempo de duração do ciclo – estratégia feedback linearization em regime permanente.....	86
Tabela 7 – Função custo – estratégia feedback linearization em regime permanente.....	87
Tabela 8 – Função custo – estratégia feedback linearization em regime transitório.....	90

RESUMO

O número de pessoas com deficiências físicas, principalmente a deficiência motora, está aumentando, devido ao envelhecimento da população. O envelhecimento desencadeia lesões e doenças crônicas que dificultam a execução de atividades diárias, sendo necessária a utilização de tecnologias assistivas para o cumprimento dessas atividades. A principal tecnologia assistiva utilizada por pessoas com deficiência motora é a cadeira de rodas manual sem assistência, pela sua versatilidade e por ser de fácil manuseio, porém, por causa da sua baixa eficiência mecânica, este tipo de cadeira pode provocar problemas de fadiga e lesões musculares. Por isso surgiu uma alternativa para a cadeira de rodas manual sem assistência que é conhecida por cadeira de rodas híbrida. Este tipo de cadeira de rodas permite que o usuário aplique força sobre o aro de propulsão para seu deslocamento, mas um aparato eletromecânico auxilia nesse deslocamento, reduzindo o esforço físico e as possíveis lesões. As cadeiras híbridas diferem das cadeiras de rodas elétricas com assistência total, cujo esforço para o deslocamento é executado apenas pelo motor elétrico. A estratégia de controle das cadeiras de rodas híbridas comerciais pode implicar numa propulsão manual com características não típicas e intuitivas ao usuário. Nesta pesquisa, investigam-se os efeitos que a assistência motorizada em malha fechada proporciona ao usuário em uma locomoção longitudinal, sendo sua simulação preditiva uma avaliação feita por meio da solução de um problema de controle ótimo. O trabalho envolve a definição das estratégias de controle e os métodos utilizados de controle ótimo para avaliar os esforços da pessoa em comparação à cadeira de rodas manual sem assistência. A primeira estratégia é definida por um controlador PD e a abordagem da segunda estratégia de controle é baseada na técnica da realimentação linearizante. As simulações foram realizadas em duas situações, em regime permanente e em regime transitório. Ambas estratégias apresentaram reduções dos esforços do usuário, quantificados por meio dos torques articulares obtidos pela técnica de controle ótimo em ambos regimes, e produziram cadências de movimentos menores em regime permanente. Esses dois fatores contribuem na prevenção de lesões dos membros superiores.

Palavras-chave: Tecnologia assistida. Controle ótimo. Estratégias de controle.

ABSTRACT

The number of people with physical disabilities is increasing due to the aging of the population. Aging triggers injuries and chronic diseases that make it difficult to perform daily activities, and it is necessary to use assistive technologies to perform these activities. The main assistive technology used by people with motor disabilities is the manual wheelchair, this type of wheelchair has versatility and is easy to handle, however because of its low mechanical efficiency, this type of wheelchair can cause fatigue problems and muscle injuries. That is why an alternative has emerged for the manual wheelchair which is known as a hybrid wheelchair. This type of wheelchair allows the users to apply force on the propulsion rim for their locomotion, but a motor assists in this locomotion, reducing physical effort and possible injuries. Hybrid wheelchairs differ from fully assisted electric wheelchairs, whose effort to move around is exclusively performed by the electric motor. The strategy of control of commercial hybrid wheelchairs may imply a manual propulsion with characteristics that are not typical and intuitive to the users. In this research we investigate the effects that motorized assistance in closed-loop has on the user in a longitudinal locomotion, and its predictive simulation is an evaluation done through the solution of an optimal control problem. The work involves defining the control strategies and the methods of optimal control used to assess the individual's efforts compared to the manual wheelchair. The first strategy is defined by a PD controller and the approach of the second control strategy is based on the feedback linearization technique. The simulations were performed in two situations, in a steady state and transient regime. Both strategies presented reductions in the user's efforts, quantified by the joint torques obtained by the optimal control technique in both regimes, and produced lower cadences in a steady state. These two factors contribute to the prevention of upper limb injuries.

Keywords: Assistive technologies. Optimal control. Control strategies.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	22
1.1 OBJETIVO	24
1.2 ESTRUTURA DO TEXTO.....	24
2 REVISÃO DA LITERATURA	26
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	37
3.1 CONTROLE ÓTIMO.....	37
3.2 SISTEMAS MULTICORPOS.....	41
3.3 AÇÕES DE CONTROLE	42
3.3.1 Controladores proporcionais.....	43
3.3.2 Controladores proporcional-integrais	44
3.3.3 Controladores proporcional-derivativos	44
3.3.4 Controladores proporcional-integral-derivativos	45
4 METODOLOGIA.....	46
4.1 MODELAGEM DA CADEIRA DE RODAS.....	46
4.1.1 Estrutura da pessoa	51
4.1.2 Braço	53
4.1.3 Antebraço	54
4.1.4 Rodas traseiras.....	54
4.1.5 Parâmetros Antropométricos	59
4.2 FORMULAÇÃO DE CONTROLE ÓTIMO	61
4.2.1 Estratégia de controle - PD	64
4.2.2 Estratégia de controle – <i>feedback linearization</i>	66
4.2.3 Equações diferenciais ordinárias	70
5 RESULTADOS	75
5.1 ESTRATÉGIA DE CONTROLE PD.....	75

5.1.1 Regime permanente	75
5.1.2 Regime transitório	81
5.2 ESTRATÉGIA DE CONTROLE <i>FEEDBACK LINEARIZATION</i>	84
5.2.1 Regime permanente	85
5.2.2 Regime transitório	89
5.3 DISCUSSÃO	92
6 CONCLUSÃO	96
6.1 TRABALHOS FUTUROS	98
REFERÊNCIAS	99
APÊNDICE A – CÓDIGOS EM MATLAB DO SISTEMA MULTICORPOS DA CADEIRA DE RODAS ASSISTIDA	104
A.1 EQUACIONAMENTO DE NEWTON-EULER	105
A.2 CÓDIGO PRINCIPAL DO SISTEMA MULTICORPOS	107
A.3 CÓDIGO DA FUNÇÃO DA FASE DE PROPULSÃO	128
A.4 CÓDIGO DA FUNÇÃO DA FASE DE RETORNO.....	131

1 INTRODUÇÃO

Segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS), cerca de 15% da população mundial possui algum tipo de deficiência. Com o crescente envelhecimento da população, esse número só tende a aumentar, porque pessoas mais idosas têm a tendência a apresentarem mais lesões e doenças crônicas. (OMS, 2011).

O censo demográfico de 2010 realizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) revela que 23,9% da população brasileira declara ter algum tipo de deficiência. Desta parcela, 14 milhões de pessoas possuem deficiência motora (IBGE, 2010), das quais 5 milhões dependem exclusivamente de cadeiras de rodas para se locomoverem.

A preferência por este meio de locomoção está evidenciada no estudo (ALONSO *et al.*, 2011), onde pessoas com deficiência nos membros inferiores utilizam as cadeiras de roda convencionais para realizar atividades diárias sem necessitar de um acompanhamento pessoal. Porém, segundo (KLOOSTERMAN *et al.*, 2015) usuários que utilizam este meio de locomoção sofrem com lesões nas articulações dos membros superiores devido à fadiga, pela baixa eficiência da cadeira de rodas, e devido aos movimentos realizados pelos usuários para a propulsão da cadeira.

Com intuito de suprir as defasagens tecnológicas das cadeiras de rodas manuais, um modelo diferente surgiu baseado na automatização deste meio de locomoção, com o qual o cadeirante não necessitaria realizar nenhum esforço físico para se locomover, mantendo a independência em suas atividades diárias. Contudo, o estudo desenvolvido por (HEO; HONG; MUN, 2013) mostrou que este modelo de cadeira de rodas é de difícil transporte em comparação com a cadeira de rodas manual sem assistência e apresenta uma massa maior. Outro ponto para se levar em consideração é a piora no condicionamento físico do usuário, pelo fato de o usuário passar a ter uma vida sedentária, questão referenciada em (COOPER *et al.*, 2002 apud WOUDE; GROOT; JANSSEN, 2006).

Desta maneira, surgiu o interesse por uma cadeira de rodas mais eficaz para o usuário. Esta cadeira é conhecida como cadeira de rodas com assistência parcial, também chamada de *Pushrim activated power wheelchair* (PAPAW) (do inglês, Cadeira de rodas com assistência acionada pelo aro de propulsão) com o objetivo de manter a pessoa ativa em termos de

condicionamento físico e evitando lesões devido aos movimentos repetitivos ou excesso de esforço (GUILLON *et al.*, 2015).

A PAPA W é um tipo de cadeira que utiliza motores elétricos acoplados, por exemplo, aos eixos das rodas traseiras. Duas das possíveis estratégias de assistência parcial são mais estudadas. A primeira é a assistência proporcional que modifica o torque aplicado pelo usuário, produzindo um torque extra na roda traseira que é proporcional ao torque aplicado pelo usuário. A segunda é a assistência constante que é estabelecida pelo contato da mão com o aro de propulsão, através de uma força constante ativada por um sensor no aro de propulsão. Porém, quando é exigido um melhor controle na movimentação, ou em ambientes fechados de pouco espaço, a PAPA W apresenta resultados piores que a cadeira de rodas manual sem assistência, conforme (GUILLON *et al.*, 2015). Em alguns casos, o usuário pretere utilizar a cadeira de rodas com assistência parcial, para utilizar a cadeira de rodas manual sem assistência, isto de acordo com (KLOOSTERMAN *et al.*, 2013).

Além das duas estratégias citadas, CUERVA (2017) investigou como estratégia um sistema de controle intuitivo ao usuário, por meio de um controle de impedância, que tem como característica impor a relação da força aplicada e a velocidade desenvolvida, podendo alterar a massa aparente do conjunto cadeira-usuário, e também modificar aparentemente as forças resistivas do sistema. Esta estratégia tem como objetivo amenizar os problemas apresentados pelas cadeiras de rodas assistidas em regime transitório. Para isso, Cuerva impôs uma dinâmica de referência geral para o sistema de cadeira de rodas-usuário, a qual o controlador deve acompanhar.

Cuerva realizou simplificações no modelo quatro barras para definir uma impedância de referência. O controle de impedância trabalhado necessitou de parâmetros do modelo de referência bem projetados, porque faz uma aproximação linear da dinâmica do conjunto cadeira-usuário. Essa modificação gerou erros na análise de reposicionamento da mão para um novo ciclo de propulsão, indicando que talvez a estratégia baseada no controle de impedância não seja eficaz em certas atividades, tal como em ambientes fechados e planos inclinados. Essa abordagem feita por Cuerva, da assistência baseada em controle de impedância necessita, por exemplo, de um sensor de força aplicada, de maneira a determinar a força aplicada pelo usuário. Uma vez que a força humana aplicada pelo usuário está inserida na lei de controle do controle de impedância.

Neste trabalho investigam-se alternativas de estratégias de controle, que sejam intuitivas ao usuário, mas que não precisem da informação da força aplicada pelo usuário. Uma das estratégias trabalhadas é definida por uma lei de controle inspirada no controle PD, por ser usualmente utilizado em aplicações práticas e a outra é a estratégia baseada no *feedback linearization*, onde alteram-se aparentemente os parâmetros críticos do conjunto cadeira-usuário, tal como a inércia, o atrito viscoso e o atrito de Coulomb, sem a necessidade de alteração na dinâmica original do conjunto cadeira-usuário e, também, possibilita uma interação mais natural com o usuário. As simulações dessas estratégias de assistência serão feitas utilizando técnicas de controle ótimo, onde verifica-se os esforços físicos da pessoa para duas situações em regime permanente e regime transitório no plano sagital. As técnicas de controle ótimo permitem prever as dinâmicas dos tipos de cadeiras de rodas.

1.1 OBJETIVO

O objetivo principal deste trabalho é abordar estratégias de controle para a cadeira de rodas híbrida distinta dos estudos realizados pelo grupo de pesquisa do departamento de engenharia mecânica do Centro Universitário FEI, que reduza os torques articulares do ombro e do cotovelo, em relação a cadeira de rodas manual sem assistência. Sem a necessidade de um sensor de força acoplado ao aro de propulsão, característica que vinha sendo estudado por este grupo de pesquisa.

1.2 ESTRUTURA DO TEXTO

O texto da dissertação está estruturado da seguinte forma:

- a) Revisão da literatura contendo o histórico da cadeira de rodas e as técnicas utilizadas para melhorar a dinâmica da cadeira;
- b) Fundamentação teórica com uma breve descrição da teoria básica de controle ótimo e da dinâmica de sistemas multicorpos;

- c) Na Metodologia apresenta-se o modelo da cadeira de rodas utilizada no trabalho e a formulação do problema de controle ótimo;
- d) No capítulo de Resultados estão as respostas encontradas das simulações realizadas neste trabalho;
- e) A Conclusão discute os objetivos alcançados.

No apêndice está o equacionamento do modelo quatro barras utilizado no trabalho.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Um dos conceitos de tecnologia assistiva pode ser entendido como um auxílio que ampara uma habilidade funcional deficitária ou que permita que a pessoa exerça atividades, que devido à circunstância de deficiência ou pelo envelhecimento impossibilitaram sua execução.

O uso da tecnologia assistiva por pessoas com deficiências, tem como objetivo a independência, a qualidade de vida e a inclusão social para as pessoas com deficiência, de maneira que a comunicação, a mobilidade, o controle de seu ambiente, as habilidades e o trabalho não sejam mais obstáculos. Segundo (BERSCH; TONOLLI, 2006) a tecnologia assistiva é um termo utilizado para identificar o arsenal de recursos e serviços que proporcionam ou ampliam as habilidades funcionais de pessoas com deficiência.

O envelhecimento citado no censo global da OMS (2011), junto da busca por uma melhor qualidade de vida fizeram com que aumentasse o interesse do mundo acadêmico sobre o tema de locomoção assistida. Como a cadeira de rodas é o meio de locomoção mais comum usado pelas pessoas com deficiência nos membros inferiores, as pesquisas foram fortemente direcionadas para a dinâmica de sua movimentação.

O estudo realizado por Gagnon *et al.* (2014) buscou identificar as forças e a eficiência de propulsão para o lado não dominante (esquerdo ou direito) dos usuários, para diferentes inclinações da superfície estudada. Como resposta, obteve-se a influência do aumento da inclinação em relação ao movimento realizado pelos usuários e percebeu-se que a inclinação implica na redução do tempo de retorno das mãos para um novo ciclo de propulsão. Em relação ao posicionamento das mãos junto ao aro de propulsão, constatou-se que os valores do ângulo inicial tendem a ser mais frontais. Além disso, notou-se que as forças totais e tangenciais aumentaram significativamente com a inclinação da pista. Já os resultados sobre a eficiência mecânica indicaram que a média da eficiência mecânica foi mantida em torno de 40%.

Rozendaal, Veeger e Woude (2003) realizaram um trabalho sobre a eficiência mecânica em função do ângulo de aplicação da força do cadeirante no aro de propulsão e para isso estabeleceram um fator R que quantifica tanto questões biomecânicas quanto a propulsão. As avaliações foram feitas em cadeirantes experientes identificando os padrões do ângulo de propulsão.

Os resultados encontrados foram separados em três partes: o começo, o fim e uma parte chamada de central. Os valores da parte central do movimento de propulsão indicam que a força obtida experimentalmente segue bem o modelo de máxima eficiência, porém divergem bastante no começo e no fim do movimento. Nessas duas partes em alguns casos foram encontrados valores perpendiculares em relação ao ângulo ideal de aplicação da força. Também, identificou-se que a melhor situação de custo/benefício está presente no final do movimento de propulsão.

Os resultados obtidos nesse trabalho demonstram o motivo principal da relatada baixa eficiência na propulsão da cadeira de rodas manual sem assistência encontradas nos trabalhos (WOUDE *et al.*, 1988 apud ROZENDALL; VEEGER; WOUDE, 2003).

Com o intuito de minimizar os pontos negativos apresentados pela cadeira de rodas manual sem assistência, em relação à sua eficiência e às possíveis lesões causada pela propulsão da mesma, um outro tipo de cadeira de rodas foi desenvolvido. Esse modelo se baseia na combinação da propulsão humana e do auxílio de um motor elétrico. Esse tipo é denominado de cadeira de rodas híbrida, mais conhecida como PAPA W. Essa tecnologia assistiva é muito estudada atualmente por ser mais adequada aos usuários que podem participar ativamente da locomoção.

Entre os primeiros autores a investigar a PAPA W estão Cooper *et al.* (2002). A sua ideia consiste em uma cadeira de rodas parcialmente assistida, onde o torque aplicado pela pessoa nos aros de propulsão é amplificado por uma atuação proporcional. Na sua implementação ele reduziu os ruídos impondo uma zona morta ao sistema na região onde o torque é próximo à zero e, para evitar as possíveis oscilações na resposta do sistema, ele utilizou uma dinâmica de primeira ordem, para que a resposta do sistema seja contínua. Outra característica importante é o chaveamento da lei de controle quando o cadeirante reposiciona a mão em um novo ciclo de propulsão impondo uma força do motor nesse período, compensando os atritos estáticos e dinâmicos com essa atuação, evitando redução da velocidade da cadeira de rodas.

Os melhores resultados foram encontrados, quando se estabeleceu que o torque extra aplicado pela assistência seria três vezes maior, proporcionalmente, ao torque produzido pela força humana, reduzindo os picos de força em comparação a uma cadeira de rodas manual sem assistência. A ajuda proporcional produz um torque extra na roda traseira proporcional ao torque aplicado pelo usuário. Existiram oscilações no gráfico do torque aplicado no aro de propulsão, principalmente quando a pessoa acopla e desacopla as mãos, isto devido a mão movimentar mais devagar que o aro de propulsão, fazendo com que o motor freie a roda.

Estudos sobre a cadeira de rodas híbrida estão sendo gerados para determinar a eficiência desta cadeira. Os trabalhos verificam e contextualizam a melhora que a cadeira de rodas híbrida tem sobre a cadeira de rodas manual sem assistência, analisando o desempenho da cadeira em diversos ambientes e determinando qual efeito ela tem sobre o usuário.

Um exemplo de cadeira de rodas híbrida é ilustrada na Figura 1.

Figura 1 – Cadeira de rodas híbrida.



Fonte: Alber (2016)

O trabalho apresentado por Kloosterman *et al.* (2012) analisa a cinemática dos membros superiores para dois tipos de cadeiras de rodas manuais, uma que possui assistência e a outra sem assistência. A intenção dele foi determinar os valores das três componentes da força e os momentos articulares dos membros superiores, considerando uma velocidade específica. As ativações musculares foram determinadas por um sistema de eletromiografia baseado em 16 canais.

Os dados obtidos revelaram uma diminuição das forças máximas nas três direções do movimento. Reduções menores nos valores foram obtidas em relação à cinemática do ombro e suas ativações musculares. Quanto ao quesito das frequências de propulsão, os resultados não tiveram grandes diferenças estatísticas e às vezes foram constatados aumentos nas frequências de tração, sendo este um fator importante causador do sobreuso e da fadiga muscular.

A efetividade da cadeira de rodas híbrida (PAPAW) em movimento longitudinal é um aspecto importante, porém este tipo de cadeira apresenta algumas limitações e, em alguns casos, a cadeira de rodas manual sem assistência é mais eficiente que a cadeira de rodas híbrida. Estas limitações foram apontadas por Guillon *et al.*, (2015), em que três tipos diferentes de

assistências foram analisados: duas cadeiras *Servomatic* com torque de assistência 1,5 e 3 vezes o torque aplicado pela pessoa, e uma cadeira *E-Motion* com assistência fixa baseada em um limiar de força. Para os testes foram selecionadas diversas pessoas portadoras de deficiência e os quesitos de análise foram: a medição de frequência cardíaca e consumo de oxigênio em um dinamômetro, circuitos internos e externos, esses circuitos são trajetos pré-definidos que os usuários deveriam percorrer para a coleta de dados e transferência autônoma para seus veículos.

Os resultados evidenciaram a diminuição das frequências cardíacas e o consumo de oxigênio em cadeira de rodas assistidas em comparação com as convencionais no circuito externo, sem diferenças significativas em relação ao tempo de duração do percurso. Para os tetraplégicos os resultados indicaram não haver uma diferença significativa, isto pode estar relacionado ao fato de os pacientes tetraplégicos possuírem menos massa muscular, fazendo com que a força imposta pelo usuário seja menor no momento de propulsão da cadeira, principalmente na cadeira de rodas *Servomatic* que necessita do torque aplicado para ativar o seu sistema de controle.

No circuito interno os resultados foram próximos entre os tipos de cadeiras de rodas, havendo valores maiores para as frequências de tração e colisões com objetos no modelo *E-Motion*. Agora quando se trata das transferências dos veículos, percebeu-se que as cadeiras de rodas assistidas têm desvantagens, principalmente a *E-Motion* por ser a mais pesada. Porém, esses resultados já eram esperados.

Alguns dos problemas encontrados no trabalho do Guillon *et al.*, (2015) também foram encontrados por Kloosterman *et al.*, (2013), que se baseou na análise sistemáticas de artigos que tinham como objetivo a comparação entre a cadeira de rodas manual sem assistência e a cadeira de rodas híbrida, apresentado o conhecimento geral que se tinha sobre esse assunto, indicando os pontos fortes e fracos entre os dois tipos de cadeiras de rodas.

De um modo geral, as PPAW reduzem as forças exercidas pelos membros superiores e a frequência cardíaca dos usuários, junto também com a diminuição da taxa de respiração do usuário. Nos estudos feitos, observa-se a tendência da utilização da PPAW em situações onde o usuário necessita impor uma força maior, ou quando o usuário percorre longas distâncias, assim como em ambientes desfavoráveis. Mas, quando o usuário está em local fechado ou necessita de movimentos específicos, a cadeira de rodas assistida necessita de gastos iguais ou maiores que a cadeira de rodas convencional, e, portanto, requer um melhor controle do movimento. Na situação onde é necessário um bom controle de movimento, os participantes,

quando foram questionados, preferiram a cadeira de rodas manual sem assistência, ao invés da cadeira de rodas assistida.

Os estudos que foram feitos sobre a PAPA^W indicaram que em situações de regimes transitórios (manobras mais complexas, como andar em ambiente fechados), o sistema de controle da cadeira de rodas híbrida dificulta o deslocamento do cadeirante, devido ao sistema de controle assistido não ser intuitivo (natural) ao usuário.

Em Medola *et al.*, (2014) foi desenvolvido uma cadeira de rodas assistida, com o intuito de reduzir a massa do motor. Medola criou para sua cadeira um sistema servo de baixa massa. O modelo foi proposto para apresentar menores proporções e possibilitar resultados melhores em manobras específicas, por exemplo, em curvas fechadas, onde necessita-se de torques assimétricos. Nesta situação, o modelo de cadeira de rodas híbrida geralmente utilizado não é eficaz. A principal ferramenta de solução é seu algoritmo elaborado, que deveria identificar quando o usuário acelerava ou desacelerava o sistema, aumentando ou diminuindo a velocidade da cadeira. O modelo de Medola acrescentou uma dinâmica diferente para essas situações transitórias.

O trabalho de Hwang, Lee e Bang (2012) teve como objetivo a criação de um sistema de controle para compensar os efeitos da gravidade sobre a cadeira de rodas em um plano inclinado. Eles utilizaram um motor elétrico e reduções para conseguir suprir esses efeitos e isto fez com que aparecessem altos valores de atritos internos, tornando o sistema dinâmico do conjunto cadeira-usuário ineficiente no plano inclinado. Os experimentos realizados em malha aberta e fechada foram estudados a partir de um sensor de angulação por giroscópio, comparando as forças proporcionais de assistência encontradas com os resultados encontrados em superfícies planas. Os resultados se mostraram promissores, porém o sistema é influenciado pela massa do usuário e necessita de um sensor automático de massa para o projeto.

Uma continuação do trabalho do Hwang, Lee e Bang foi feito por Lee *et al.*, (2016), onde modificações foram feitas sobre o projeto já existente, corrigindo o problema do atrito gerado pelo motor elétrico. Neste projeto, foi desenvolvido um método de chaveamento de uma embreagem magnética que é acionada quando detecta um plano inclinado. Para corrigir o problema do atrito interno foi necessário impor uma força constante em conjunto com uma zona morta que sana o problema de velocidade nula. Assim como no outro trabalho, os resultados encontrados foram comparados entre diferentes tipos de angulação da superfície e notou-se que

o cadeirante pôde fazer movimentos delicados no plano inclinado igualmente como faria no plano sem inclinação.

Os problemas apresentados pela cadeira de rodas assistida poderiam ser reduzidos a um único problema, onde o sistema de controle deveria levar em consideração o ambiente, junto da cinemática do conjunto cadeira-usuário.

Normalmente, a dinâmica dos membros superiores não é identificada pelo sistema de controle, o que dificulta a elaboração de um bom controlador que estime o ambiente e seja de resposta intuitiva ao usuário.

Mizutani *et al.*, (2013) abordou uma solução diferente das que viam sendo propostas, onde ele propôs para pessoas que não têm força significativa nos seus membros superiores, um braço robótico para auxiliar na propulsão da cadeira de rodas. Esse braço era composto de duas partes: uma externa e uma interna ligados por molas finas. O braço tinha como objetivo determinar os movimentos de extensão e contração realizado pelo usuário. Para uma melhor dinâmica do movimento, Mizutani e colegas dividiram o sistema de controle em quatro partes distintas. Ele determinava a posição da mão e a velocidade da cadeira estimando uma transformação de coordenadas e uma solução de mínimos quadrados.

Oh e Hori (2014) propuseram um algoritmo de controle prático e efetivo na atenuação de distúrbio, para cadeira de rodas híbrida em deslocamento no plano inclinado. Com o objetivo de auxiliar a segura e que o deslocamento do usuário seja mais confortável. Algoritmo proposto detecta as forças externas, além do torque aplicado pelo usuário, para atenuar os efeitos que essas forças externas produzem sobre o usuário, de maneira a melhorar a locomoção no plano inclinado, tornar mais seguro e fácil esta locomoção do usuário. Os resultados mostraram que a força gravitacional é a força que causa mais distúrbio, no deslocamento do usuário no plano inclinado. Além disso, os resultados experimentais mostraram que o controle de atenuação de distúrbio 2-D proposto foi efetivo, robusto e prático, permitindo a redução os efeitos das forças externas tanto no movimento longitudinal, quanto no movimento rotacional da cadeira de rodas.

No trabalho de Oh e Hori (2015) a intenção foi definir um sistema de controle baseado em lógica fuzzy para diferentes ambientes e situações. O modelo é baseado em um pêndulo invertido com rodas e composto de acelerômetros e giroscópios para identificar os dados necessários definindo o aprendizado do controlador. No estudo foi preciso utilizar um filtro de Kalman para tratar os sinais medidos. O controlador fuzzy modifica o torque de assistência de

acordo com a condição de uso, o torque de assistência é proporcional ao aplicado pela pessoa, com um atraso dinâmico já esperado pelo autor. O sistema é composto de dois modelos distintos, um para a rotação e um outro para a translação, sendo referência de rejeição de distúrbios principalmente causados pela gravidade. Para atenuar os erros do sinal medido com o calculado foi criado um controlador proporcional-derivativo. Os resultados foram obtidos a partir de uma cadeira de rodas instrumenta andando em condições comuns do dia-a-dia.

Shibayama et al., (2016) desenvolveram uma *power add-on unit* (PAU) sem a necessidade de sensores, de maneira a ajudar a pessoa que empurra a cadeira de rodas, e assim facilitar o deslocamento da cadeira de rodas. A proposta deles baseou-se em três conceitos: (i) que a *power add-on unit* fosse de fácil manuseio, tanto para acoplar a PAU na cadeira de rodas, quanto o seu desacoplamento; (ii) que pudesse ser utilizada na maioria das cadeiras de rodas manual comercializadas; e (iii) que tivesse baixo custo.

Como resultados eles verificaram a força aplicada pela pessoa, que empurra a cadeira de rodas, por meio de um observador de distúrbio. Esse observador de distúrbio possibilitou estimar essa força “externa” e os valores estimados pelo observador de distúrbio foram próximos aos valores de força medidos, porém no começo e no final da análise os valores de força medidos e os valores de força estimados foram discrepante, apresentando um valor de erro elevado. Além disso, eles compararam o sistema com e sem assistência e pode ser visto no trabalho, que para iniciar o movimento da cadeira de rodas sem assistência, a pessoa que empurra a cadeira de rodas necessitou aplicar uma força de 100 N e uma força muito grande para frear a cadeira de rodas, quase que proporcional à força aplicada no início do movimento. Já para o sistema com assistência essa força inicial foi reduzida em 30 e 40 %, dependendo do experimento feito, além disso não necessitou de uma grande força para frear a cadeira de rodas.

O modelo da cadeira de rodas-usuário tem por característica ser um sistema não linear e uma das soluções de controle para sistemas não lineares é o *Feedback Linearization*, onde a dinâmica do sistema não linear é transformada (parcial ou total), em um sistema linear. Essa abordagem é totalmente diferente da abordagem de linearização convencional, como a linearização Jacobina. O *Feedback Linearization* possibilita alterar diretamente a variável desejada, sem necessitar fazer uma aproximação linear da dinâmica do sistema (Slotine e Li, 1991).

Park et al., (2007) investigaram um controle não linear para guindaste de contêineres com a carga içada utilizando a técnica de *feedback linearization*, de maneira que fosse

controlado a posição do carro transportador, o comprimento e a oscilação do cabo de içamento. O desempenho do sistema em malha fechada foi satisfatório para a mudança de carga içada e a variação do comprimento cabo, compensando as não-linearidades do modelo através do *feedback linearization*.

Entre as áreas de pesquisa do departamento de Engenharia Mecânica do Centro Universitário FEI estão os temas ligados: a área biomecânica, a movimentação humana, a tecnologia assistiva e a dinâmica e controle automático. Esses temas estão incluídos na área de concentração de sistemas mecânicos.

Entre os trabalhos produzidos por esse grupo, que está interligado ao tema dessa dissertação. Está o trabalho produzido por Ackermann et al., 2014. Eles estudaram um modelo da dinâmica de propulsão da cadeira de rodas, por meio da formulação de um problema de controle ótimo, com intuito de investigar a influência da massa do modelo em diferentes ângulos do plano de inclinação e estimar como o usuário propulSIONA a cadeira de rodas para essas variações dos ângulos. Como resultados obtiveram que para regime permanente e para uma superfície plana, a influência da massa do modelo é insignificante. Porém, para um plano com uma inclinação moderada os resultados mostraram uma forte dependência da massa do modelo, e, portanto, reduziram a massa do modelo, de maneira a melhorar a qualidade da locomoção do usuário. Para reduzir aparentemente a massa do modelo eles mencionaram que uma alternativa de solução é a implementação do controle de impedância no sistema de controle de uma cadeira de rodas híbrida.

Em uma sequência cronológica, Cuerva et al., 2016 realizaram um estudo comparando diferentes estratégias de assistência para a cadeira de rodas híbrida. Os resultados foram obtidos por meio da formulação da técnica de controle ótimo, e a formulação de controle ótimo buscou otimizar a atuação do usuário e os parâmetros de controles, para minimizar o gasto energético do usuário. As estratégias trabalhadas neste estudo foram: i) a assistência constante (assistência mais comum utilizada em cadeira de rodas híbrida), onde uma força constante é aplicada pelo motor, quando o usuário aplica torque sobre o aro de propulsão, de maneira a ativar a assistência, quando há existência do torque “humano”, ii) a assistência proporcional, no qual a força do motor acompanha a força aplicada pelo usuário, de forma que a assistência do motor seja proporcional a força aplicada pelo usuário, e por fim, iii) a assistência baseada no controle de impedância, este tipo de assistência é uma solução para sistema de controle dinâmico,

principalmente, quando há a interação do humano com o ambiente, tal qual em sistemas exoesqueléticos.

Em regime permanente, os resultados indicaram que não houve tanta discrepância entre os tipos de estratégias com relação a eficácia dessas estratégias. No entanto, em regime transitório a escolha da estratégia teve grande importância, isto porque este regime representou as atividades diárias executadas pelo usuário, tal como o deslocamento em ambiente internos, a abertura de portas e o deslocamento sem bater em obstáculos. A estratégia que apresentou melhores resultados foi o controle de impedância, porque necessitou de menos esforço do usuário, para acelerar e desacelerar a cadeira de rodas, além de diminuir a constante de tempo do sistema. Porém há limitações neste estudo, como o modelo utilizado, porque o modelo não representar o ciclo de propulsão produzido exclusivamente pelo usuário, uma vez que necessita de uma pessoa empurrando a cadeira, para o deslocamento do cadeirante. Portanto, eles propuseram que o modelo deveria ser mais complexo, para a sequência do trabalho, de maneira a analisar os impactos das assistências neste novo modelo.

Em complemento a este trabalho, Cuerva (2017) modificou o modelo cadeira-usuário, para um modelo mais apropriado, que considera a propulsão feita pelo usuário, durante a sua locomoção. Neste estudo, ele propôs um sistema de controle, que seja intuitivo ao usuário, com o objetivo de restringir os problemas apresentados pelas cadeiras de rodas assistidas (PAPAW) em regime transitório, baseando-se no controle de impedância. O sistema de controle baseado no controle de impedância impõe ao sistema cadeira-usuário uma dinâmica de referência por meio de um controlador de primeira ordem. Da mesma maneira que o trabalho anterior foi formulado um problema de controle ótimo, com intuito de avaliar a eficácia deste método, comparando os resultados, com a cadeira de rodas manual sem assistência. Essa abordagem feita pelo controle de impedância permitiu pré-definir os melhores parâmetros para o modelo de referência proposto. Os resultados mostraram que o controle de impedância é uma estratégia viável para solucionar o problema de controle da cadeira de rodas assistida. Mas, necessita que os parâmetros do modelo de referência sejam bem projetados, para auxiliar de maneira correta o usuário. Além disso, Cuerva necessitou de um sensor de força para medir a força humana, utilizando a força medida em sua lei de controle.

Cuerva et al., (2017) também desenvolveram um estudo onde o objetivo deste trabalho foi investigar a influência da velocidade e o ângulo de inclinação do plano na trajetória da mão do usuário, durante um ciclo completo de propulsão da cadeira de rodas em regime permanente.

Para obter os resultados eles formularam um problema de controle ótimo. A forma como o estudo foi desenvolvido pode ajudar a instruir os usuários, sobre as melhores maneiras de impulsionar uma cadeira de rodas. Os resultados mostraram que o aumento da velocidade influencia na trajetória da mão, fazendo com que o movimento da mão seja uma transição progressiva de um movimento realizado abaixo do aro de propulsão para um movimento realizado acima do aro de propulsão. Agora para o aumento dos ângulos de inclinação, os resultados indicaram que a trajetória do movimento da mão é maior na fase de retorno.

Em paralelo aos trabalhos de Cuerva, Monteiro et al., (2017) estudaram o controle de impedância aplicado a um carro de movimentação de carga. Este estudo teve como objetivo projetar e investigar o desempenho do sistema de controle de um carro de movimentação de carga, acionado por um motor elétrico para auxiliar o operador, de maneira a promover uma mudança aparente da massa, do atrito dinâmico e do atrito de Coulomb, técnica parecida com a técnica de realimentação linearizante. O controlador utilizado se fez necessário, para evitar a necessidade de se ter a informação da força externa aplicada pelo operador, e utilizar apenas a cinemática do movimento do carro, de maneira a baratear o custo do projeto.

Os resultados foram retirados por meio de simulações numéricas e pela performance prática do carro de carga. Para validar o modelo trabalhado os autores compararam, por meio de uma célula de carga, os resultados obtidos pelo controle de impedância, com a própria impedância do sistema. Com os estudos eles perceberam que, os valores experimentais da performance prática ficaram próximos dos valores encontrados pela simulação numérica, indicando que o controle de impedância aproximou dos valores esperados pelos autores. Como trabalhos futuros eles propuseram que haja uma melhor investigação, na maneira como são definidos os parâmetros do modelo, para que o controle de impedância se torne algo mais prático de ser implementado, sugerindo que os parâmetros fossem encontrados, por meio da técnica de controle ótimo.

Um outro trabalho ligado a mesma área de pesquisa é o trabalho produzido por Amancio et al., (2017), onde o intuito do estudo foi determinar e investigar a influência das forças inercial, gravitacional e muscular durante a propulsão de uma cadeira de rodas manual, para dois tipos de velocidade de locomoção uma de 1,3 m/s e uma outra de 2,0 m/s. A influência das forças inercial, gravitacional e muscular foi determinada, utilizando um modelo planar dos membros superiores, a dinâmica inversa do modelo e a otimização estática. Os padrões de propulsão foram medidos em um laboratório de análise de movimento. A cinemática do

movimento dos membros superiores e da cadeira de rodas foram adquiridos, com uso de uma câmera e a mão foi instrumentada, para poder medir a força aplicada sobre o aro de propulsão. Os resultados mostraram que a força inercial encontrada determina, o perfil dos momentos articulares especialmente o do ombro, mesmo para a velocidade menor. Enquanto, a força gravitacional permanece a mesma, em ambas velocidades, porque depende exclusivamente da cinemática dos membros superiores. A contribuição da força inercial aumenta consideravelmente, quando houve o aumento da velocidade, pelo fato da aceleração dos membros superiores aumentarem. Agora a contribuição da força de contato sobre o aro de propulsão, em relação ao aumento ou diminuição do momento do ombro é pequena em comparação a contribuição da força inercial, indicando que grande parte da atividade muscular do ombro é empregada para acelerar os segmentos das juntas, e não uma forma efetiva de propulsionar a cadeira de rodas.

Portanto, neste trabalho será analisado o modelo quatro-barras representativo ao movimento de propulsão da cadeira de rodas, aplicando estratégias de controle que visam a redução dos esforços físicos do usuário, assim como a diminuição da frequência do movimento dos membros superiores. Não foram encontrados na literatura estratégias de controle baseadas na técnica de realimentação linearizante aplicado à cadeira de rodas assistida. Testes serão feitos usando controle ótimo para avaliar os efeitos da assistência motorizada em malha fechada em relação à cadeira de rodas manual sem assistência.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo é apresentada a metodologia do trabalho, contendo uma visão geral da técnica de controle ótimo, da modelagem de sistemas multicorpos e sobre sistemas de controle.

3.1 CONTROLE ÓTIMO

Controle ótimo é uma parte específica da otimização dinâmica onde se deseja encontrar uma lei de controle específica que minimiza ou maximiza uma função objetivo dependente de seus estados e controles.

A solução analítica de um problema de controle ótimo pode ser inviável e, por causa disso, normalmente é obtida numericamente por meio de dois métodos, o método indireto ou o método direto.

O *método indireto de otimização*, necessita deduzir as condições necessárias e suficientes para a solução de problemas de otimização dinâmica (BETTS,2010).

O *método direto de otimização* consiste em discretizar os estados e controles em pequenos intervalos de tempo, para que o problema seja resolvido por uma *Nonlinear Programming Problem* (NLP, em português Programação Não Linear).

Para a maioria dos problemas, o método direto de otimização é robusto, necessitando de uma interação mínima do usuário na definição do problema. Na literatura, é possível encontrar explicações mais detalhadas sobre a otimização. As formulações dos problemas de controle ótimo foram baseadas no trabalho de Betts (2010).

Para o problema de controle ótimo, define-se a dinâmica do sistema, por meio das variáveis dinâmicas, tal como a equação (1):

$$\mathbf{z}^{(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}^{(k)}(t) \\ \mathbf{u}^{(k)}(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde t é a variável independente do tempo, definido para uma fase k , k é a quantidade de fases de otimização existentes no problema de controle ótimo. O vetor $\mathbf{y}^{(k)}(t)$ é das variáveis de estado e $\mathbf{u}^{(k)}(t)$ é o vetor das variáveis de controle.

A dinâmica do sistema é definida pelas equações diferenciais ordinárias (EDOs), podendo ser escritas na forma explícita, que se refere as equações de estado (2).

$$\dot{\mathbf{y}}^{(k)} = \mathbf{f}^{(k)} \left[\mathbf{y}^{(k)}(t), \mathbf{u}^{(k)}(t), \mathbf{p}^{(k)}, t \right] \quad (2)$$

em que $\mathbf{p}^{(k)}$ são os parâmetros que são independentes de t .

A solução deve satisfazer as restrições algébricas identificadas por:

$$\mathbf{g}_L^{(k)} \leq \mathbf{g}^{(k)} \left[\mathbf{y}^{(k)}(t), \mathbf{u}^{(k)}(t), \mathbf{p}^{(k)}, t \right] \leq \mathbf{g}_U^{(k)} \quad (3)$$

onde $\mathbf{g}^{(k)}$ representa o vetor das restrições de desigualdade e os índices L e U representam os limites inferiores e superiores, respectivamente.

Os limites das variáveis de estado estão definidos na equação (4).

$$\mathbf{y}_L^{(k)} \leq \mathbf{y}^{(k)}(t) \leq \mathbf{y}_U^{(k)} \quad (4)$$

Já as variáveis de controle têm seus limites definidos por:

$$\mathbf{u}_L^{(k)} \leq \mathbf{u}^{(k)}(t) \leq \mathbf{u}_U^{(k)} \quad (5)$$

Para determinar as restrições de igualdade, basta impor que os limites superiores e inferiores sejam iguais, por exemplo, $[\mathbf{g}_L^{(k)}] = [\mathbf{g}_U^{(k)}]$, conforme descrito em Betts (2010).

As fases são ligadas pelas condições de contorno encontradas em (6):

$$\begin{aligned} \psi_L \leq \psi & \left[\mathbf{y}^{(1)}(t_I^{(1)}), \mathbf{u}^{(1)}(t_I^{(1)}), \mathbf{p}^{(1)}, t_I^{(1)}, \right. \\ & \mathbf{y}^{(1)}(t_F^{(1)}), \mathbf{u}^{(1)}(t_F^{(1)}), \mathbf{p}^{(1)}, t_F^{(1)}, \\ & \mathbf{y}^{(2)}(t_I^{(2)}), \mathbf{u}^{(2)}(t_I^{(2)}), \mathbf{p}^{(2)}, t_I^{(2)}, \\ & \mathbf{y}^{(2)}(t_F^{(2)}), \mathbf{u}^{(2)}(t_F^{(2)}), \mathbf{p}^{(2)}, t_F^{(2)}, \\ & \dots \\ & \mathbf{y}^{(k)}(t_I^{(k)}), \mathbf{u}^{(k)}(t_I^{(k)}), \mathbf{p}^{(k)}, t_I^{(k)}, \\ & \left. \mathbf{y}^{(k)}(t_F^{(k)}), \mathbf{u}^{(k)}(t_F^{(k)}), \mathbf{p}^{(k)}, t_F^{(k)} \right] \leq \psi_U \end{aligned} \quad (6)$$

onde k é a quantidade de fases existentes no problema de otimização.

O problema de controle ótimo tem por objetivo encontrar os controles, estados e parâmetros \mathbf{p} que minimizem a função definida por (7), respeitando as restrições dinâmicas.

$$\begin{aligned}
\mathcal{J} = \Phi & \left[\mathbf{y}^{(1)}(t_I^{(1)}), \mathbf{u}^{(1)}(t_I^{(1)}), \mathbf{p}^{(1)}, t_I^{(1)}, \right. \\
& \mathbf{y}^{(1)}(t_F^{(1)}), \mathbf{u}^{(1)}(t_F^{(1)}), \mathbf{p}^{(1)}, t_F^{(1)}, \\
& \mathbf{y}^{(2)}(t_I^{(2)}), \mathbf{u}^{(2)}(t_I^{(2)}), \mathbf{p}^{(2)}, t_I^{(2)}, \\
& \mathbf{y}^{(2)}(t_F^{(2)}), \mathbf{u}^{(2)}(t_F^{(2)}), \mathbf{p}^{(2)}, t_F^{(2)}, \\
& \dots \\
& \mathbf{y}^{(k)}(t_I^{(k)}), \mathbf{u}^{(k)}(t_I^{(k)}), \mathbf{p}^{(k)}, t_I^{(k)}, \\
& \left. \mathbf{y}^{(k)}(t_F^{(k)}), \mathbf{u}^{(k)}(t_F^{(k)}), \mathbf{p}^{(k)}, t_F^{(k)} \right] \\
& + \sum_{j=1}^k \left\{ \int_{t_I^{(j)}}^{t_F^{(j)}} \omega^{(j)} [\mathbf{y}^{(j)}(t), \mathbf{u}^{(j)}(t), \mathbf{p}^{(j)}, t], dt \right\}
\end{aligned} \tag{7}$$

Quando a função $\Phi \equiv 0$, tem-se um problema de Lagrange, permitindo reescrever a função objetivo como:

$$\mathcal{J} = \int_{t_I}^{t_F} \omega [\mathbf{y}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t] dt \tag{8}$$

Portanto, o problema de controle ótimo é formulado pelos seguintes itens:

a) Variáveis dinâmicas

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \mathbf{u}(t) \end{bmatrix} \tag{9}$$

Sendo compostas pelas variáveis de estado $\mathbf{y}(t)$ e pelas variáveis de controle $\mathbf{u}(t)$

b) Equações de estado

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f} [\mathbf{y}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t] \tag{10}$$

c) Condições de contorno

$$\psi_{0L} \leq \psi [\mathbf{y}(t_0), \mathbf{u}(t_0), \mathbf{p}, t_0] \leq \psi_{0U} \quad (11)$$

$$\psi_{fL} \leq \psi [\mathbf{y}(t_f), \mathbf{u}(t_f), \mathbf{p}, t_f] \leq \psi_{fU} \quad (12)$$

d) Restrições algébricas

$$\mathbf{g}_L \leq \mathbf{g}[\mathbf{y}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t] \leq \mathbf{g}_U \quad (13)$$

e) Limites das variáveis

$$\mathbf{y}_L \leq \mathbf{y}(t) \leq \mathbf{y}_U \quad (14)$$

$$\mathbf{u}_L \leq \mathbf{u}(t) \leq \mathbf{u}_U \quad (15)$$

f) Função objetivo

$$\mathcal{J} = \int_{t_i}^{t_f} [\mathbf{y}(t), \mathbf{u}(t), \mathbf{p}, t] dt \quad (16)$$

Para solucionar o problema de controle ótimo pode-se utilizar, por exemplo, a ferramenta computacional PROPT (<http://tomdyn.com/>).

O PROPT necessita da definição completa do problema de otimização dinâmica.

3.2 SISTEMAS MULTICORPOS

Em Schiehlen et al., (2010), um sistema multicorpos consiste de um número finito de corpos rígidos. Todos os corpos rígidos podem ser caracterizados por sua massa e inércia. Os corpos são interligados entre si, e com o ambiente, isto ocorre por meio de elementos de conexões, como por exemplo, molas, amortecedores e atuadores, assim como por rolamentos,

juntas e servomecanismo. O comportamento do movimento do sistema multicorpos é descrito por coordenadas generalizadas, e o número de coordenadas generalizadas é igual ao número de graus de liberdade (f) do sistema multicorpos.

A cinemática do sistema multicorpos é definida por meio das cinemáticas dos corpos rígidos existentes, isto em relação a um referencial inercial e um referencial móvel previamente definido.

As equações do movimento de um sistema multicorpos necessitam da cinemática, das inércias e das forças de atuações de cada corpo rígido, respectivamente, para serem encontradas.

Os métodos mais conhecidos para se obter as equações do movimento são o método sintético de Newton-Euler e o método analítico de Lagrange. Porém, a obtenção das equações do movimento de um sistema multicorpos por formalismo numérico ou simbólico não é trivial, e, portanto, necessita de inúmeros passos para o seu desenvolvimento.

Neste momento, será apenas apresentado a equação do movimento na forma mínima na equação (17). Esses passos estão contidos no seguinte estudo Schiehlen et al., (2010) e de uma forma mais genérica em Schiehlen (1997). Assim como, na metodologia deste estudo.

$$M\ddot{q} + k = k_e \quad (17)$$

3.3 AÇÕES DE CONTROLE

Um sistema escalar de controle em malha fechada visa impor um comportamento pré-determinado à uma variável de saída por meio da atuação automática de uma variável de controle. A regra que define a forma de atuar do controle baseia-se no valor atual da saída e da referência e é denominada ação de controle.

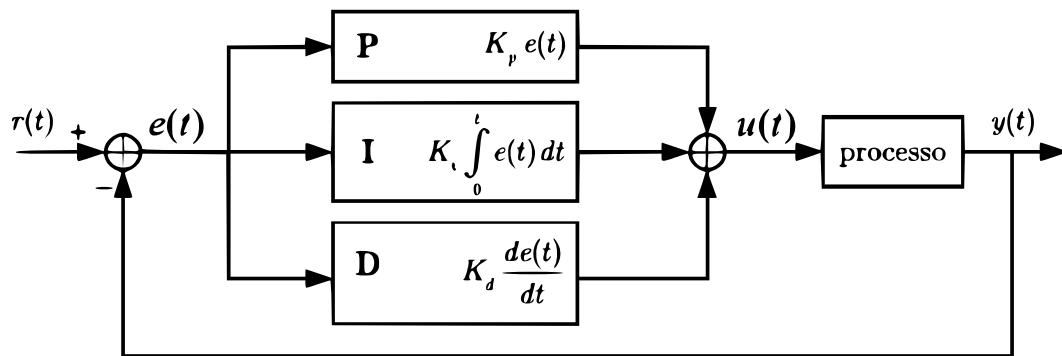
Os controladores tipicamente usados em algumas aplicações possuem uma ação de controle normalmente restrita aos seguintes casos:

- Controladores proporcionais;
- Controladores proporcional-integrais;
- Controladores proporcional-derivativos;
- Controladores proporcional-integral-derivativos (PID).

Os controladores PID são os mais utilizados, provavelmente pela facilidade de sintonia do controlador, mesmo quando o modelo matemático da planta não é conhecido.

A Figura 2 mostra a estrutura do controlador PID inserido em um sistema de controle, por meio de um diagrama de blocos.

Figura 2 – Sistema de controle com controlador PID.



Fonte: Autor “adaptado de” Ogata.

Com a figura acima se determina a lei de controle para cada controlador.

3.3.1 Controladores proporcionais

Para um controlador puramente proporcional, a relação entre a saída do controlador $u(t)$ (lei de controle) e o sinal de entrada do controlador $e(t)$ (erro) é:

$$u(t) = K_p e(t) \quad (18)$$

onde K_p é denominado ganho proporcional, u é o controle.

O controlador proporcional é essencialmente um amplificador com o ganho ajustável.

3.3.2 Controladores proporcional-integrais

A ação de controle de um controlador proporcional-integral é definida por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt \quad (19)$$

onde $K_i = \frac{K_p}{T_i}$ (ganho da ação integral) e T_i é chamado de tempo integrativo, u é o controle.

O tempo integrativo é o tempo para que a saída do integrador atinja o valor K_p para uma entrada unitária.

A ação integral tende a eliminar (ou diminuir) o erro residual que pode ocorrer com controlador puramente proporcional.

A presença apenas do termo integral acumula erros do passado, e valores elevados de K_i aumenta o sobressinal da resposta do sistema, tornando o sistema instável.

3.3.3 Controladores proporcional-derivativos

A ação de controle de um controlador proporcional-derivativo é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (20)$$

onde $K_d = K_p T_d$ (ganho da ação derivativa) e T_d é chamado de tempo derivativo, u é o controle.

O controlador proporcional-derivativo é extremamente sensível a ruídos de alta frequência.

Permite diminuir o sobressinal da resposta do sistema, porém pode aumentar o erro estacionário do sistema.

3.3.4 Controladores proporcional-integral-derivativos

É a combinação das ações de controle proporcional, integral e derivativa. Esta ação tem as vantagens de cada parcela individual de controle. A equação deste controlador é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} + K_i \int_0^t e(t) dt \quad (21)$$

4 METODOLOGIA

Neste trabalho estuda-se uma cadeira de rodas manual assistida, também conhecida como cadeira de rodas híbrida. Para este tipo de cadeira, foram implementadas estratégias de controle, com intuito de tentar melhorar o sistema de controle, independentemente da manobra realizada pelo usuário. A cadeira de rodas híbrida reduz os esforços físicos da pessoa em comparação com a cadeira de rodas manual sem nenhum tipo de assistência.

Foram feitas algumas simulações de controle ótimo preditivas que tentam descrever situações reais no qual o sistema de controle poderá encontrar no dia a dia para verificar se as estratégias de controle propostas são eficazes ou não na redução dos esforços físicos do usuário. Foram realizados três tipos de simulações para os regimes permanente e transitório: (i) as simulações de referência sem assistência, portanto, a assistência do motor é nula ($\tau_M = 0$), representando uma locomoção puramente manual; (ii) as simulações de referência com assistência, onde o perfil ótimo do torque do motor $\tau_M(t)$ é determinado em malha aberta, onde obteve-se o mínimo esforço produzido pelo usuário, e (iii) as simulações feitas em malha fechada, como forma de avaliação de desempenho das estratégias de controles propostas. As simulações (i) e (ii) fornecem uma base de comparação de desempenho das estratégias de controle, onde as simulações (i) fornecem os limites máximos dos esforços físicos do usuário, uma vez que não há assistência do motor nestas simulações, enquanto as simulações (ii) fornecem os limites inferiores dos esforços físicos, pois permite que a dinâmica do torque do motor assuma um perfil ótimo ideal.

Na metodologia do trabalho, detalham-se as estratégias de controle aplicadas à cadeira de rodas com assistência motorizada. A metodologia deste trabalho é composta primeiramente da definição do modelo do sistema cadeira-usuário, seguida da formulação do problema de controle ótimo para solução da simulação preditiva e das estratégias de controle analisadas.

4.1 MODELAGEM DA CADEIRA DE RODAS

Para a formulação do problema de controle ótimo, é necessário definir um modelo representativo do sistema multicorpos composto pelo sistema da cadeira de rodas e usuário, com interesse de se obter as dinâmicas da propulsão do conjunto cadeira-usuário. O modelo

que definido a seguir, baseia-se nos estudos feitos por Ackermann et al (2014), Cuerva (2017) e Amâncio (2016).

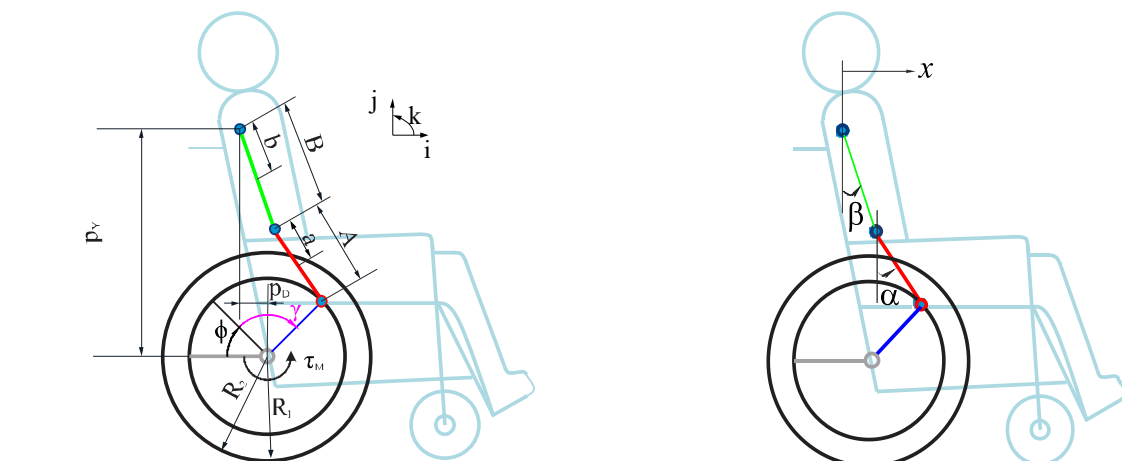
E portanto, foi definido que conjunto realiza apenas deslocamentos no plano sagital (esse plano é um plano imaginário que divide o corpo humano ao meio dividindo-o em direita e esquerda), e, portanto, foram feitas simplificações no modelo e que simplificam o estudo:

- O sistema multicorpos somente se desloca no plano sagital, o sistema multicorpos será tratado como um problema plano;
- O ponto de contato da mão com aro de propulsão será considerado como uma junta de revolução na fase de propulsão e esse ponto de contato se dá em posições pré-definidas;
- O braço e antebraço serão considerados como dois corpos rígidos;
- Não há movimentação relativa entre o ombro e a cadeira de rodas;

O modelo utilizado neste estudo é o mesmo descrito em Ackermann *et al.*, (2014), onde o sistema cinemático é composto por quatro barras: duas consistem nos membros superiores da pessoa, o segmento relativo ao braço e o segmento formado pelo antebraço; a terceira, pelas rodas traseiras da cadeira de rodas e a quarta engloba a estrutura não rolantes da cadeira e as partes do corpo que movem junto com a cadeira de rodas (tronco e pernas), conforme está ilustrado na Figura 3.

Na Figura 3 o segmento em verde representa braço, o segmento em vermelho representa o antebraço, o segmento em azul representa a união do ponto de contato da mão com o aro de propulsão e o eixo da cadeira de rodas.

Figura 3 – Modelo quatro barras.



Fonte: Autor

onde β e α são os ângulos do braço e antebraço em relação à vertical, respectivamente γ é ângulo de giro da roda da cadeira em relação à direção inicial da mão em relação ao centro da roda, ϕ ângulo de início do movimento da mão (ângulo entre horizontal e direção da mão em relação ao centro da roda). A é o comprimento do antebraço da pessoa, B é o comprimento do braço, p_D é a distância horizontal do ombro em relação ao eixo das rodas traseiras, p_Y é a distância vertical do ombro em relação ao eixo das rodas traseiras, R_1 é o raio do aro de propulsão e R_2 é o raio da roda traseira.

O ciclo completo de locomoção com cadeira-rodas subdivide-se em duas etapas, a fase de propulsão ou avanço, onde o usuário aplica força sobre o aro de propulsão. E a fase de retorno ou recuperação, onde o usuário reposiciona os membros superiores para um novo ciclo de propulsão, portanto, nesta fase não há contato da mão sobre o aro de propulsão. Na fase de retorno, o modelo apresentado tem três graus de liberdade, que correspondem às coordenadas generalizadas: 1) o deslocamento horizontal do ombro vinculado ao eixo da cadeira de rodas x , 2) o ângulo do braço do usuário com a vertical β , 3) o ângulo do antebraço com a vertical α . O vetor de coordenadas generalizadas é definido conforme a equação (22).

$$q = \begin{bmatrix} x \\ \beta \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (22)$$

Na fase de propulsão o usuário aplica a força no aro de propulsão e, portanto, o ponto de contato entre a mão e o aro de propulsão é considerado como sendo uma junta de revolução, criando de dois vínculos cinemáticos, descritos por:

$$c = \begin{Bmatrix} A \sin \alpha + B \sin \beta - p_D - R_1 \cos(\pi - \gamma - \phi) \\ -A \cos \alpha - B \cos \beta + p_Y - R_1 \sin(\pi - \gamma - \phi) \end{Bmatrix} = 0, \quad (23)$$

Esses vínculos cinemáticos reduzem o sistema dinâmico original da cadeira de rodas para apenas um grau de liberdade, definido por x . Portanto, para a fase de propulsão o sistema passar a ter apenas um grau de liberdade.

Para se encontrar as equações do movimento de um sistema com cadeia cinemática fechada, costuma-se utilizar principalmente o formalismo de Euler-Lagrange, ou o formalismo de Newton-Euler.

Para este trabalho utilizou o formalismo de Newton-Euler com as coordenadas generalizadas (22). As equações do movimento são descritas conforme a equação (17) e, como o ciclo de propulsão é subdividido em duas etapas, são necessárias duas equações de movimento para descrever o sistema em cada fase do sistema, tal como descrito nas equações (24) e (25).

$$M(q)\ddot{q} + k(q, \dot{q}) = k^e(q) + H(q) \begin{bmatrix} \tau_O \\ \tau_C \\ \tau_M \end{bmatrix} + Q[F_{rol}] \quad (24)$$

para a fase de retorno, e

$$M(q)\ddot{q} + k(q, \dot{q}) = k^e(q) + G(q) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} + H(q) \begin{bmatrix} \tau_O \\ \tau_C \\ \tau_M \end{bmatrix} + Q[F_{rol}] \quad (25)$$

para a fase de avanço,

onde M é a matriz de massa, $[F_x, F_y]$ são forças de contato aplicadas pela pessoa ao aro de propulsão, k é o vetor das forças generalizadas centrífugas e de Coriolis, k^e é o vetor das forças generalizadas aplicadas, incluindo as relacionadas à gravidade, G transforma as componentes das forças de contato em forças generalizadas, H transforma os momentos no ombro, no cotovelo e no motor (τ_O , τ_C e τ_M , respectivamente) em forças generalizadas, e Q transforma a força de rolamento (F_{rol}) em força generalizada.

A fase de propulsão é descrita pelas equações diferenciais algébricas (EDA), que são compostas pelas duas restrições cinemáticas (equação (23)) e pela equação do movimento da fase de avanço (equação (25)).

$$M(q)\ddot{q} + k(q, \dot{q}) = k^e(q) + G(q) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} + H(q) \begin{bmatrix} \tau_O \\ \tau_C \\ \tau_M \end{bmatrix} + Q[F_{rol}] \quad (26)$$

$$c(q) = 0$$

Na equação (25), o termo definido $G(q) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$ representa a força de reação provocada pela cinemática fechada do sistema. Identifica-se esse termo como sendo os multiplicadores de Lagrange. Os multiplicadores de Lagrange estão apenas presentes durante a fase de propulsão da cadeira de rodas, e conseqüentemente para a fase de retorno são nulos.

Uma das forças que mais influenciam a dinâmica da cadeira de rodas é a força de resistência ao rolamento, essa força de resistência ao rolamento pode sofrer influência do atrito interno criado pelos rolamentos das rodas, assim como, a histerese dos pneus influencia o aumento ou diminuição dessa força de resistência ao rolamento. Pavlidou *et al* (2015) demonstraram em seu trabalho que o nível de pressão dos pneus da cadeira está diretamente ligado a força de resistência ao rolamento.

No trabalho, foi imposto ao modelo proposto que a força de resistência ao rolamento seja uma força constante e oposta ao sentido da velocidade do sistema, tal como (Lenton *et al* 2008 e van der Woude *et al* 2001):

$$F_{rol} = 20 \text{sign}(v) \quad [N] \quad (27)$$

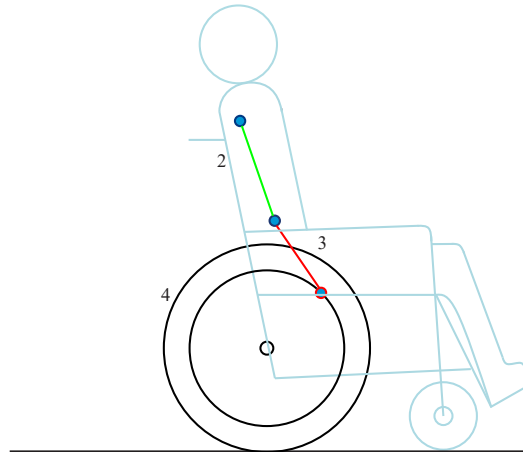
onde *sign* é a função sinal.

A função sinal retorna 1 para valores de velocidade maiores do que 0, 0 para valores de velocidade iguais a zero e -1 para valores de velocidade menores que 0.

O desenvolvimento das equações (24) e (25) é apresentado na sequência.

O modelo quatro-barras, referência para descrever matematicamente as equações do movimento, será representado novamente na Figura 4, onde se ilustram os quatro corpos rígidos, onde: 1) é a estrutura da do corpo (tronco e pernas) com a estrutura não rolante da cadeira de rodas, considerando simetria bilateral, 2) é o braço da pessoa, 3) é o antebraço da pessoa e 4) são as rodas traseiras da cadeira de rodas.

Figura 4 – Representação dos corpos rígidos do sistema multicorpos.



Fonte: Autor

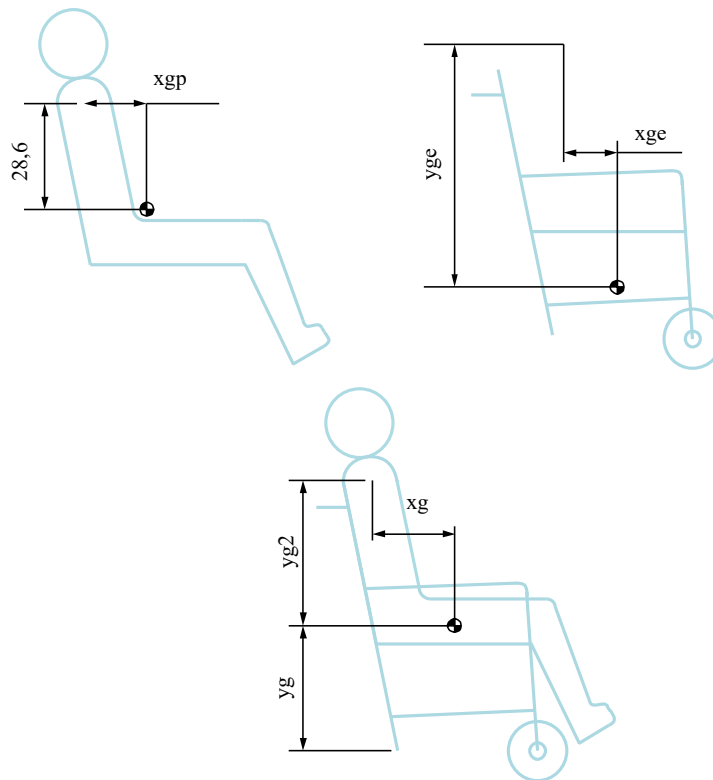
Para avaliar as forças atuantes sobre o sistema multicorpos foi necessário realizar o estudo do diagrama do corpo livre para cada corpo rígido e utilizar o Teorema do movimento do baricentro (TMB) e o Teorema do momento angular (TMA), respeitando as coordenadas generalizadas ((22)).

4.1.1 Estrutura da pessoa

Para simplificar o modelo considerou-se uma única inércia para o tronco e pernas (membros que se movimentam junto a cadeira de rodas) e a estrutura não rolante que se move em translação.

O centro de massa poderá ser calculado e localizado como uma simples média ponderada entre as massas da pessoa e da estrutura (Figura 5). A massa desse conjunto é denominada de m_c , sendo a somatória dessas duas partes.

Figura 5 – Centro de massa da estrutura da cadeira de rodas em conjunto com o tronco e as pernas da pessoa.



Fonte: Autor “adaptado de” Cuerva (2017).

onde x_{gp} é a distância horizontal do ombro em relação ao centro de massa da pessoa, x_{ge} é a distância horizontal da estrutura da cadeira não rolante em relação ao centro de massa da estrutura da cadeira, y_{ge} é a distância vertical da estrutura da cadeira não rolantes em relação ao centro de massa da estrutura da cadeira, x_g é a distância horizontal da estrutura composta pelo o tronco e pernas e a estrutura não rolante em relação ao centro de massa do conjunto, y_g, y_{g2} é a distância vertical da estrutura composta pelo o tronco e pernas e a estrutura não rolante em relação ao centro de massa do conjunto.

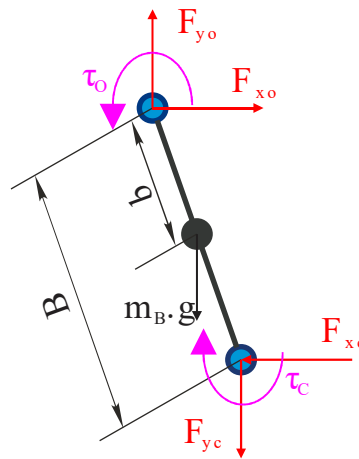
O sistema definido para estrutura da pessoa funciona como um simples bloco de massa m_C , onde a força de reação com a roda traseira F_{RX} “ajuda” o movimento e sofre reação contrária ao movimento pela força de reação longitudinal do ombro da pessoa F_{XO} e pela força de resistência ao rolamento F_{rol} , resultando em apenas uma equação dinâmica na forma:

$$\{m_C \ddot{x}_{CX} = F_{RX} - F_{XO} - F_{rol} \quad (28)$$

4.1.2 Braço

As forças que atuam sobre o braço, segmento verde da Figura 4, estão ilustradas na Figura 6.

Figura 6 – Forças atuantes no braço.



Fonte: Autor

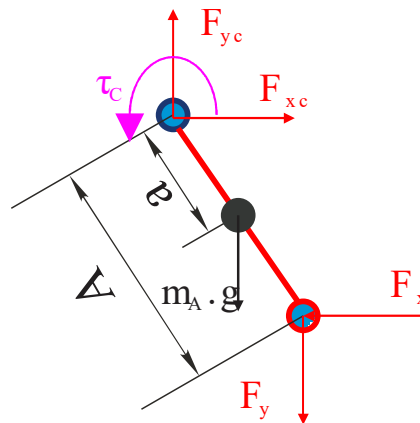
$$\begin{cases} m_B \ddot{x}_{Bx} = F_{XO} - F_{XC} - m_B g \sin \eta \\ m_B \ddot{x}_{By} = F_{YO} - F_{YC} - m_B g \cos \eta \\ J_B \ddot{\beta} = \tau_o - \tau_c + b(-F_{XO} \cos \beta - F_{YO} \sin \beta) + (B-b)(-F_{XC} \cos \beta - F_{YC} \sin \beta) \end{cases} \quad (29)$$

onde m_B é a massa do braço, B é o tamanho do braço, b é a distância do ombro até o centro de gravidade do braço, g é a aceleração da gravidade, η é o ângulo de inclinação do plano, τ_j os torques aplicados e F_{Xj} e F_{Yj} as forças de reação e J_B é o momento de inercia do braço em relação ao centro de massa.

4.1.3 Antebraço

No antebraço as forças atuantes estão ilustradas na Figura 7 na forma:

Figura 7 – Forças atuantes no antebraço.



Fonte: Autor

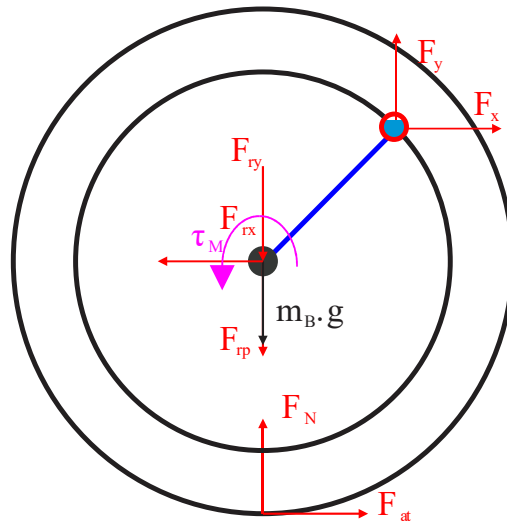
$$\begin{cases} m_A \ddot{x}_{Ax} = F_{XC} - F_x - m_A g \sin \eta \\ m_A \ddot{x}_{Ay} = F_{YC} - F_y - m_A g \cos \eta \\ J_A \ddot{\alpha} = \tau_c + a(-F_{XC} \cos \alpha - F_{YC} \sin \alpha) + (A - a)(-F_x \cos \alpha - F_y \sin \alpha) \end{cases} \quad (30)$$

onde m_A é a massa do antebraço, A é o tamanho do antebraço, a é a distância do cotovelo até o centro de gravidade do antebraço, τ_j os torques aplicados e F_{Xj} e F_{Yj} as forças de reação e J_A é o momento de inércia do braço em relação ao centro de massa.

4.1.4 Rodas traseiras

Assim como foi demonstrado nos itens anteriores, a Figura 8 ilustrará as forças atuantes contidas nas rodas traseiras, da mesma forma será detalhado o equacionamento dessas forças logo abaixo.

Figura 8 – Forças atuantes nas rodas traseiras da cadeira.



Fonte: Autor

onde m_R é a massa das rodas traseiras, F_{at} a força de atrito, F_{RX} e F_{RY} forças de reação com a estrutura da cadeira, F_{RP} força de contato com a pessoa, F_N é a força normal ao piso, J_R é o momento de inércia da roda em relação ao centro de massa, τ_M é o torque aplicado pelo motor, J_M é o momento de inércia do motor em relação ao centro de massa e b_M é o atrito viscoso.

$$\begin{cases} (m_R + m_M) \ddot{x}_{Rx} = F_X + F_{at} - F_{RX} - m_R g \sin \eta - b_M v \\ 0 = F_Y + F_N - F_{RY} - F_{RP} - m_B g \cos \eta \\ (J_R + J_M) \dot{\gamma} = \tau_M - F_X R_1 \sin(\pi - \gamma - \phi) + F_Y R_1 \cos(\pi - \gamma - \phi) + F_{at} R_2 \end{cases}, \quad (31)$$

Agrupando todas as equações dinâmicas (desprezando as estacionárias), pode-se escrever o sistema dinâmico no formato:

$$\overline{\overline{M}} \ddot{x} = F_{atuantes} \quad (32)$$

onde:

$$\overline{\overline{M}} = \begin{bmatrix} m_C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_B & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_A & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (m_R + m_M) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_A & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (J_R + J_M) \end{bmatrix} \quad (33)$$

$\overline{\overline{M}}$ representa as massas do sistema na diagonal principal e $F_{atuantes}$ o vetor de forças atuantes. Esse vetor é a somatória de dois termos: das forças internas de interação entre os corpos e das forças externas atuantes no o mesmo.

$$F_{atuantes} = F_e + F_v$$

$$= \begin{bmatrix} -F_{rol} - m_C g \sin \eta \\ -m_B g \sin \eta \\ -m_B g \cos \eta \\ -m_A g \sin \eta - F_X \\ -m_A g \cos \eta - F_Y \\ F_X - (m_R + m_M) g \sin \eta - b_M v \\ \tau_O - \tau_C \\ \tau_C - F_X (A - a) \cos(\alpha) - F_Y (A - a) \sin(\alpha) \\ -\tau_M - F_X R_1 \sin(\pi - \gamma - \phi) + F_Y R_1 \cos(\pi - \gamma - \phi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{RX} - F_{XO} \\ F_{XO} - F_{XC} \\ F_{YO} - F_{YC} \\ F_{XC} \\ F_{YC} \\ F_{at} - F_{RX} \\ b(-F_{XO} \cos \beta - F_{YO} \sin \beta) + (B - b)(-F_{XC} \cos \beta - F_{YC} \sin \beta) \\ a(-F_{XC} \cos \alpha - F_{YC} \sin \alpha) \\ F_{at} R_2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

onde F_e são as forças externas aplicadas no o sistema de cadeira de rodas e F_v são as forças vinculares devido à interação entre os corpos no sistema.

O conjunto de equações tem ao todo 9 variáveis, tidas pelo vetor de acelerações. Porém, estas variáveis deverão ser reduzidas, ficando em função das coordenadas generalizadas, definidas na equação (22). Essa redução necessita da matriz jacobiana definida por:

$$J = \frac{\partial x}{\partial q} \quad (35)$$

Para iniciar o processo de obtenção da matriz jacobiana, é necessário escrever o vetor deslocamento em função das variáveis generalizadas:

$$\begin{bmatrix} x_{Cx} \\ x_{Bx} \\ x_{By} \\ x_{Ax} \\ x_{Ay} \\ x_{Rx} \\ \beta \\ \alpha \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 - x_c \\ b \sin(\beta) + x_0 \\ -b \cos(\beta) \\ B \sin(\beta) + a \sin(\alpha) + x_0 \\ -B \cos(\beta) - a \cos(\alpha) \\ x_0 - x_c \\ \beta \\ \alpha \\ \frac{-x_0}{R_2} \end{bmatrix} \quad (36)$$

O vetor velocidade em função das variáveis generalizadas é a derivada do vetor deslocamento da equação (36).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{Cx} \\ \dot{x}_{Bx} \\ \dot{x}_{By} \\ \dot{x}_{Ax} \\ \dot{x}_{Ay} \\ \dot{x}_{Rx} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & b \cos(\beta) & 0 \\ 0 & b \sin(\beta) & 0 \\ 1 & B \cos(\beta) & a \cos(\alpha) \\ 0 & B \sin(\beta) & a \sin(\alpha) \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Se baseando no formalismo de Newton-Euler, a equação (32) pode ser escrita em função das coordenadas generalizadas, tal como:

$$J^T \overline{\overline{M}} J \ddot{q} + J^T \overline{\overline{M}} \dot{J} \dot{q} = J^T F_e \quad (38)$$

onde:

$$J^T \overline{\overline{M}} J = M \rightarrow \text{Matriz de massa do modelo}$$

$$J^T \overline{\overline{M}} \dot{J} \dot{q} = k \rightarrow \text{Vetor de forças generalizadas (Coriolis e centrífugas)}$$

$$J^T \cdot F_e = k^e \rightarrow \text{Vetor de forças generalizadas externas não vinculares.}$$

Resumindo a equação (38) na equação (39), faz com que a equação (39) seja idêntica a equação (17).

$$M \ddot{q} + k = k^e \quad (39)$$

onde:

$$M = \begin{bmatrix} (m_A + m_B + m_C + m_R + m_M) + \frac{(J_R + J_M)}{R_2^2} & (Bm_A + bm_B) \cos(\beta) & am_A \cos(\alpha) \\ (Bm_A + bm_B) \cos(\beta) & m_A B^2 + m_B b^2 + J_B & Bam_A \cos(\alpha - \beta) \\ am_A \cos(\alpha) & Bam_A \cdot \cos(\alpha - \beta) & m_A a^2 + J_A \end{bmatrix}$$

$$k = \begin{bmatrix} -am_A \sin(\alpha) \dot{\alpha}^2 - \dot{\beta}^2 (Bm_A \sin(\beta) + bm_B \sin(\beta)) \\ -Ba \dot{\alpha}^2 m_A \sin(\alpha - \beta) \\ Ba \dot{\beta}^2 m_A \sin(\alpha - \beta) \end{bmatrix}$$

$$k_e = \begin{bmatrix} -F_{rol} - \frac{(F_y R_1 \cos(\gamma + \phi) + \tau_M + F_x R_1 \sin(\gamma + \phi))}{R_2} + g \sin(\eta) (-m_A - m_B - m_C - (m_R + m_M)) - b_M v \\ \tau_O - \tau_C - BF_x \cos(\beta) - BF_y \sin(\beta) - Bm_A \sin(\beta + \eta) - bgm_B \sin(\beta + \eta) \\ \tau_C - AF_x \cos(\alpha) - AF_y \sin(\alpha) - agm_A \sin(\alpha + \eta) \end{bmatrix}$$

As fases do ciclo serão identificadas a partir deste momento pelo índice 1 (fase de propulsão) e 2 (fase de retorno).

4.1.5 Parâmetros Antropométricos

Os parâmetros antropométricos, de massa e momento de inércia usados neste estudo foram baseados no trabalho de Winter (2009). Winter especifica os parâmetros antropométricos de acordo com a altura e a massa da pessoa, h_{Pes} e m_P .

Os valores utilizados neste estudo estão contidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados de massa, momentos de inércia e biométricos da pessoa.

Dados antropométricos		Dados de massa e momentos de inércia	
A	$0,145h_{Pes}$	m_A	$2(0,020285m_P)$
B	$0,188h_{Pes}$	m_B	$2(0,026m_P)$
a	$0,062h_{Pes}$	J_A	$m_A(0,322A)^2$
b	$0,082h_{Pes}$	J_B	$m_B(0,468B)^2$
p_y	$0,511h_{Pes}$		

Fonte: Autor “adaptado de” Winter (2009)

Os parâmetros da cadeira de rodas acrescida do motor foram retirados do trabalho de Cunha *et al* (2016) e estão contidos na Tabela 2

Tabela 2 – Parâmetros da cadeira de rodas e motor.

Dados da cadeira de rodas e motor		
J_M	0,14	[kg.m ²]
m_M	12,2	[kg]
m_R	12	[kg]
J_R	0,28	[kg.m ²]
F_{rol}	20	[N]

Fonte: Autor “adaptado de” Cunha (2016)

O máximo torque nominal do motor é definido a partir do trabalho de Cunha *et al* (2016). Cunha *et al.* selecionaram um motor para bicicletas, para o protótipo da cadeira de rodas trabalhado por este grupo de pesquisa. O máximo torque nominal tem o valor de 37,62 N.m e esse valor será considerado como uma das restrições neste trabalho. As informações do motor podem ser encontradas no site da empresa *WindBikes*.

Os dados quando não melhor especificados, foram extraídos do trabalho de Ackermann *et al* (2014).

4.2 FORMULAÇÃO DE CONTROLE ÓTIMO

Os efeitos da assistência motorizada em malha fechada foram avaliados por meio da técnica de controle ótimo e foram abordadas duas estratégias de controle, com intuito de reduzir os torques articulares do usuário. Uma alternativa de solução é a abordagem inspirada na lei de controle baseada no controle PD, a outra baseia-se na alteração aparente da massa da cadeira, do coeficiente de atrito viscoso e do atrito de Coulomb, alternativa inspirada na técnica conhecida por *feedback linearization*. A técnica do *feedback linearization* permite modificar diretamente as variáveis desejadas do modelo, deste modo esta técnica permite a modificação aparentemente do atrito viscoso, do atrito de Coulomb e da massa aparente da cadeira, sem a necessidade alterar, por meio de uma aproximação linear o modelo da cadeira-usuário, tal como foi feito por Cuerva (2017).

As simulações de controle ótimo tentaram descrever situações usuais do cotidiano do usuário, em outras palavras foram escolhidas situações coerentes com eventos normais da vida de um cadeirante. Portanto, foi levado em consideração duas situações distintas para a comparação da cadeira de rodas assistida e a cadeira de rodas manual sem assistência, consideradas neste trabalho como (i) regime permanente e (ii) regime transitório. A situação do regime transitório visa verificar o comportamento da dinâmica do conjunto cadeira de rodas-usuário quando o conjunto parte do repouso e atinge uma dada velocidade ao final da fase de propulsão, enquanto a análise de regime permanente serve para avaliar como o usuário atuaria para tentar manter a velocidade média da cadeira constante.

As restrições do sistema em regime permanente são impostas vinculando-se os estados iniciais de uma fase do ciclo, aos estados finais da outra fase subsequente e vice-versa, exceto para o deslocamento horizontal.

$$\begin{aligned} q_{1_0} &= q_{2_f} \\ q_{2_0} &= q_{1_f} \end{aligned} \quad (40)$$

onde q é o vetor coordenadas generalizadas, 1 e 2 são os índices das fases do ciclo e 0 e f são os índices corresponde ao estado inicial e estado final.

Para as restrições das simulações em regime transitório, definiu-se que haja um aumento da velocidade do conjunto cadeira de rodas-usuário ao longo da fase de propulsão, ou seja:

$$\begin{aligned}v_{1_0} &= 0 \text{ [m / s]} \\v_{1_f} &= 0,5 \text{ [m / s]}\end{aligned}\tag{41}$$

onde v é a velocidade linear da cadeira de rodas.

Para as duas estratégias de controle consideradas foram impostas restrições necessárias para a formulação do problema de controle ótimo, além daquelas mencionadas nas equações (40) e (41).

As restrições de limites são:

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_1 &\leq 5 \text{ [J]} \\ \mathbf{e}_2 &\leq 5 \text{ [J]} \\ -37,62 &\leq \tau_{M_1} \leq 37,62 \text{ [N} \cdot \text{m]} \\ -37,62 &\leq \tau_{M_2} \leq 37,62 \text{ [N} \cdot \text{m]} \\ \gamma_{1_0} &= 70^\circ \\ \gamma_{1_f} &\leq 120^\circ\end{aligned}\tag{42}$$

onde \mathbf{e}_1 e \mathbf{e}_2 é a energia do sistema para a fase de avanço e para fase de retorno, respectivamente. τ_M representa a assistência do motor (restrições nominal do torque) e γ é o posicionamento da mão no aro de propulsão, os valores utilizados são para amplitude máxima do movimento.

As duas primeiras são limitações de energia para o todo ciclo, as duas seguintes são limitações da assistência do motor no valor do torque nominal do motor em ambas as fases, a penúltima garante o posicionamento inicial da mão no aro de propulsão e a última se faz necessária para garantir a máxima amplitude do movimento.

A solução do problema de controle ótimo determinará a solução do problema e permitirá determinar a eficácia das estratégias de controle. O método empregado para a solução do problema de controle ótimo é a colocação direta. Este método discretiza as equações diferenciais no tempo e agrupa as variáveis existentes do problema de controle ótimo em um conjunto.

Definem-se como variáveis de controle os torques aplicados no sistema cadeira-usuário. As demais variáveis do problema são dadas pelo vetor posição q e o vetor velocidade das coordenadas generalizadas \dot{q} , além da força de contato com o aro de propulsão (vide Figura 9).

Figura 9 – Variáveis do problema de controle ótimo.



Fonte: Autor

Neste trabalho, diferentemente do trabalho realizado por Cuerva (2017), a força de atuação do usuário não faz parte das leis de controle consideradas, portanto neste estudo não há necessidade de um sensor de força inserido no aro de propulsão.

A função objetivo foi definida como em (Ackermann *et al* 2014):

$$\min \mathcal{J} = \int_{t_{10}}^{t_{1f}} (\tau_{o_1}^2 + \tau_{c_1}^2) dt + \int_{t_{20}}^{t_{2f}} (\tau_{o_2}^2 + \tau_{c_2}^2) dt \quad (43)$$

onde τ_O e τ_C são os torques aplicados no ombro e no cotovelo da pessoa.

Além das restrições citadas em (42), o problema de controle ótimo considera as equações do movimento como restrições do problema.

Deseja-se, com a solução do problema de controle ótimo, simular o comportamento dinâmico do sistema com assistência, comparando os resultados com a dinâmica da cadeira de rodas manual sem assistência.

Nas próximas seções, são mostradas as estratégias abordadas neste trabalho. A estratégia de controle inspirada no controle PD insere uma dinâmica extra que contribui na movimentação da cadeira de rodas, algo parecido ao encontrado no trabalho realizado por Oh e Hori (2015). A estratégia de controle inspirada na técnica *feedback linearization* baseia-se na alteração

aparente da inércia do conjunto cadeira-usuário, do atrito visco e do atrito de Coulomb, por meio da realimentação da velocidade e da aceleração da cadeira de rodas. Essa estratégia foi adaptada do trabalho realizado por Monteiro (2016).

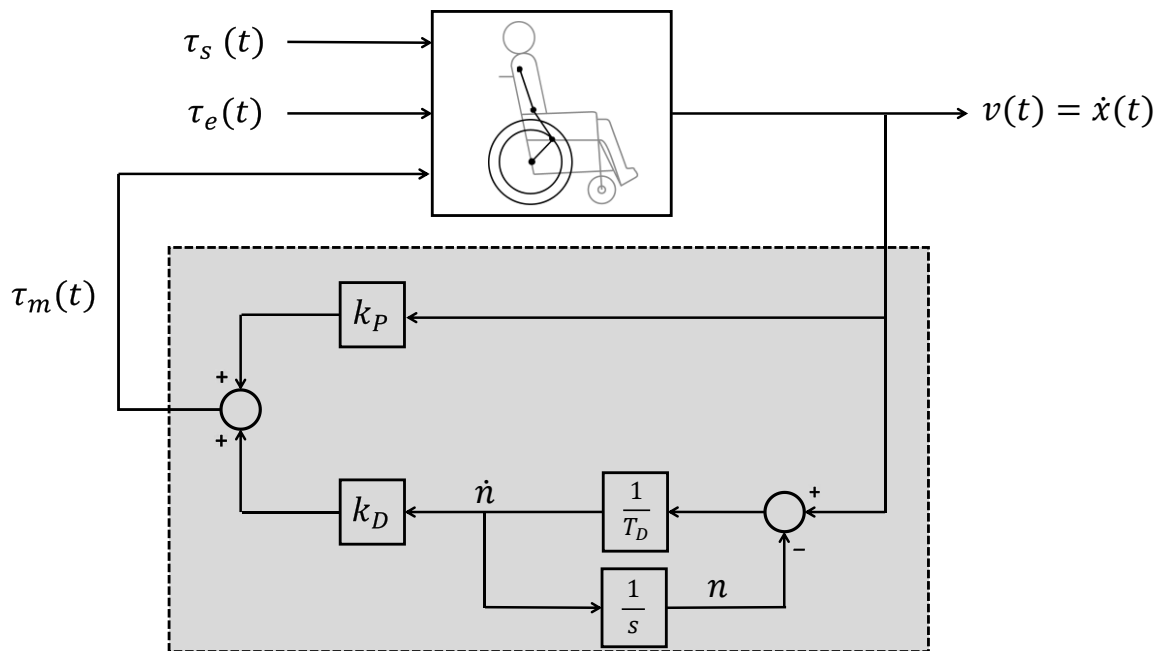
4.2.1 Estratégia de controle - PD

Nesta seção apresenta-se a estratégia de controle baseada na ação de controle PD, conforme ilustração do diagrama de blocos da Figura 10.

A dinâmica do controlador foi incluída no problema de otimização tal como feito por Canônico (2014), conforme ilustração do diagrama de blocos da Figura 10. Note-se, entretanto, que neste trabalho não há um sinal de referência para o sistema de controle, pois não há a intenção de um acompanhamento de um sinal de referência, mas sim a modificação da dinâmica do sistema com a realimentação.

Para inserir as estratégias de controle ótimo na formulação do problema de controle ótimo se fez necessário incluir na seção 4.2.3, onde estão definidas as equações diferenciais ordinárias do problema de controle ótimo, a equação diferencial ordinária referente ao estimador de aceleração. Além disso, é necessário incluir as leis de controle (44) e (51) nas restrições de igualdade.

Figura 10 – Diagrama de blocos em malha fechada da cadeira de rodas assistida com o controlador PD.



Fonte: Autor

onde T_D é a constante de tempo derivativo, k_D é o ganho da ação derivativa, k_P é o ganho da ação proporcional e n é o estado da malha de ação derivativa do sistema.

O ajuste da constante de tempo T_D é necessário, para evitar que a ação derivativa do controlador amplifique demasiadamente eventuais ruídos de medida. Para isso, utiliza-se uma constante suficientemente pequena, fazendo com que a dinâmica se comporte como um sistema de primeira ordem. Foi escolhido um $T_D = 0,01$ [s], de tal forma que as constantes de tempo do sistema fossem bem superiores a essa, de forma que não houvesse comprometimento da convergência numérica.

A ação de controle derivativa opera como um estimador da aceleração da cadeira de rodas.

Portanto a lei de controle desta estratégia é descrita por:

$$u = \tau_M = k_P \dot{x} + \left(\frac{k_D}{T_D} \right) (\dot{x} - n) \quad (44)$$

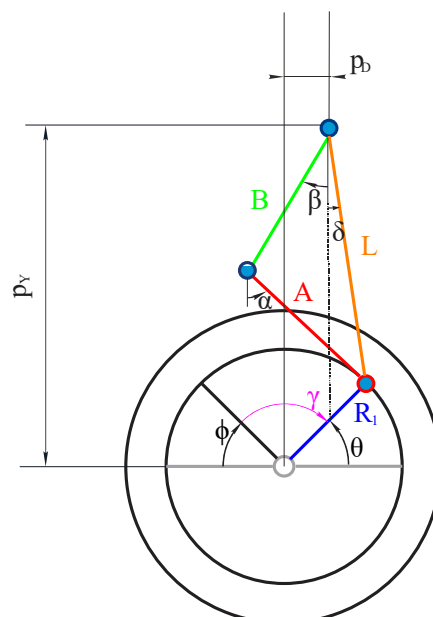
4.2.2 Estratégia de controle – *feedback linearization*

Para implementar a estratégia baseada na técnica *feedback linearization* foi necessário primeiramente estudar o modelo quatro-barras, de maneira a definir quais parâmetros poderiam ser alterados pela lei de controle. Essa definição foi feita seguindo algumas etapas.

Para a fase de avanço, o modelo foi equacionado com apenas um grau de liberdade, portanto a única variável do vetor de coordenadas generalizadas (22) é o deslocamento da cadeira (x), e os ângulos articulares (β e α) foram descritos explicitamente em função do deslocamento da cadeira.

Os ângulos articulares em função do deslocamento da cadeira foram encontrados utilizando trigonometria (lei dos cossenos). Para isso, admitiu-se uma barra fictícia de comprimento L , que interliga a junta do ombro ao ponto de contato da mão com o aro de propulsão, cujo o ângulo que essa barra faz com a vertical é δ , conforme ilustrado na Figura 11.

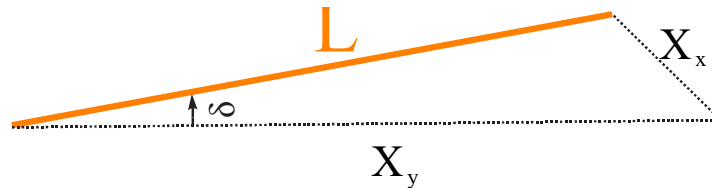
Figura 11 – Sistema de quatro-barras com a barra fictícia.



Fonte: Autor

A Figura 12 ilustra o triângulo formado por L e a vertical, onde foi obtido o comprimento da barra L e o ângulo δ .

Figura 12 – Triângulo de L com o eixo vertical.



Fonte: Autor

onde X_x é a distância do ponto de contato da mão com o aro de propulsão até a intersecção que a linha paralela em relação eixo vertical faz com o raio do aro de propulsão e X_y é a distância da junta do ombro, até a intersecção que a linha paralela em relação eixo vertical faz com o raio do aro de propulsão.

$$X_x = R_1 - \frac{p_D}{\cos\left(\pi - \frac{x}{R_2} - \phi\right)} \quad (45)$$

$$X_y = p_Y - p_D \tan\left(\pi - \frac{x}{R_2} - \phi\right)$$

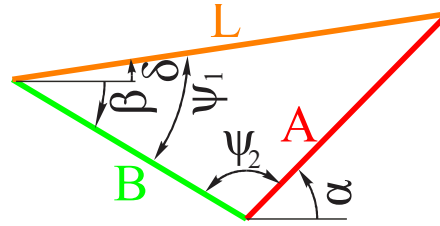
Portanto, pela lei dos cossenos determina-se o valor de L e δ .

$$L = \sqrt{X_x^2 + X_y^2 - 2X_xX_y \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \frac{x}{R_2} + \phi\right)} \quad (46)$$

$$\delta = \cos^{-1}\left(\frac{X_y^2 + L^2 - X_x^2}{2X_yL}\right)$$

Sabendo essas duas informações é possível se obter β e α através do triângulo formado por B , A e L (Figura 13).

Figura 13 – Triângulo de entre B , A e L .



Fonte: Autor

Aplicando novamente a lei dos cossenos:

$$\psi_1 = \cos^{-1} \left(\frac{B^2 + L^2 - A^2}{2BL} \right) \quad (47)$$

$$\psi_2 = \cos^{-1} \left(\frac{B^2 + A^2 - L^2}{2BA} \right)$$

Assim, obtém-se que:

$$\beta = \psi_1 - \delta \quad (48)$$

$$\alpha = \pi - \psi_2 - \psi_1 + \delta$$

Com essas novas representações para β e α , determinou-se pelo formalismo de Newton-Euler uma nova equação do movimento para apenas um grau de liberdade. Porém, este tornou-se equacionamento enorme e apresentou termos redundantes.

Com este novo equacionamento identificou-se quais parâmetros poderiam ser alterados pela lei de controle para essa estratégia de controle. São eles:

- a massa da roda (m_R);
 - a massa do motor (m_M);
 - a massa da estrutura da pessoa (m_C);
 - a inércia da roda e do motor, respectivamente (J_R e J_M);
 - o atrito viscoso (b_M), e
 - o atrito de Coulomb, através da força de rolamento (F_{rol})
- (49)

Esses parâmetros citados acima foram escolhidos por serem dependentes exclusivamente da velocidade e aceleração da cadeira de rodas.

Já os parâmetros relacionados aos membros superiores, como a massa e os momentos de inércia, são dependentes da posição, do quadrado da velocidade e aceleração da cadeira de rodas, além da influência da ação gravitacional. Para este estudo, não faz sentido analisar e alterar esses parâmetros pela necessidade de acrescentar sensores ao protótipo da cadeira de rodas, além do tacogerador.

Outro ponto levado em consideração foi a análise feita sobre o equacionamento para a fase de retorno com três graus de liberdade. Notou-se que na matriz de massa e nos vetores de forças de Coriolis e forças externas ((39)), as massas e os momentos de inércias dos membros superiores em relação ao centro de massa atuam em mais de uma posição, ou linha do equacionamento. Impossibilitando fazer a alteração exclusivamente onde a assistência do motor aparece. Desta forma, os parâmetros que apareceram uma única vez nas equações do movimento e são os parâmetros listados anteriormente em (49).

As massas e os momentos de inércias correspondente ao motor e as rodas traseiras foram somadas, para simplificar a lei de controle, e assim será descrita na equação (50)

$$M_c = m_C + m_R + m_M + \frac{(J_R + J_M)}{R_2^2} \quad (50)$$

Com base nisso propõe-se a lei de controle dada por:

$$\tau_M = M_c P_3 \left(\frac{\dot{x} - n}{T_D} \right) + b_M \dot{x} P_4 + 20 \text{sign}(\dot{x}) P_5 \quad (51)$$

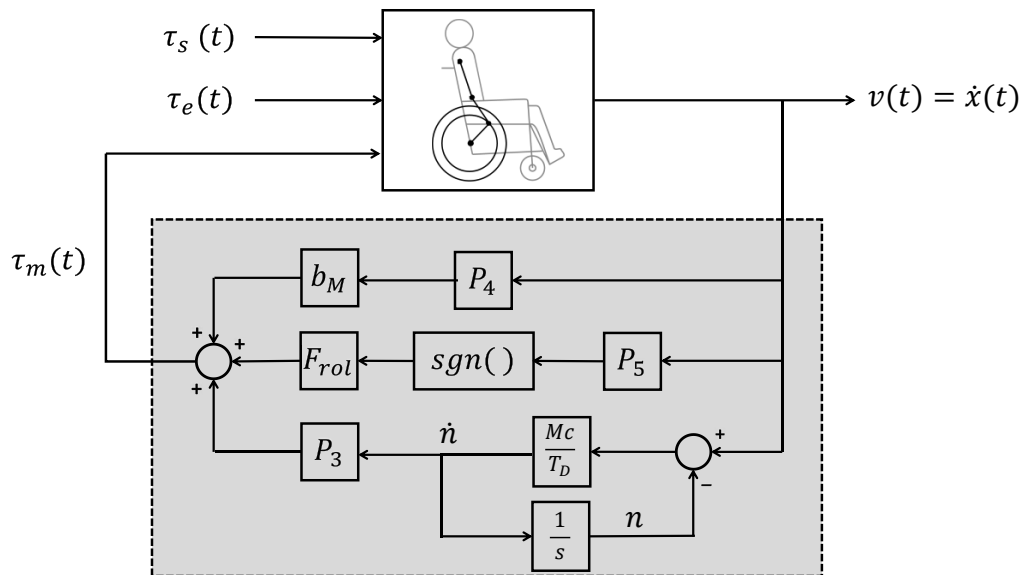
onde P_3 , P_4 e P_5 são as porcentagens de redução da inércia do sistema, do atrito viscoso e do atrito de Coulomb, respectivamente.

Trabalhou-se com uma porcentagem de redução de 30% e 45%. Valores maiores ou menores que os citados acima provocaram problemas numéricos na otimização e resultados fora dos padrões encontrados (limites de desempenho). Esses limites serão apresentados na seção de resultados.

Nota-se que essa lei de controle é similar à lei de controle da estratégia baseada no controle PD (equação (44)), exceto que nesta há uma contribuição adicional, caracterizada pela parcela constante, que é referente à força de resistência ao rolamento.

Portanto, a nova malha de controle está ilustrada no diagrama de blocos da Figura 14:

Figura 14 – Diagrama de blocos em malha fechada da cadeira de rodas assistida – *feedback linearization*.



Fonte: Autor

A dinâmica do conjunto cadeira de rodas-usuário em malha fechada é representada por equações diferenciais ordinárias (EDOs), que correspondem as equações do movimento, o vetor velocidade generalizadas, à dinâmica do controlador baseado no PD, ou no *feedback linearization* e à equação que limita a energia do sistema. Essas equações diferenciais ordinárias devem estar contidas na formulação do problema de controle ótimo na orama de restrições de igualdade. O conjunto das EDOs utilizado neste estudo será descrito a seguir.

4.2.3 Equações diferenciais ordinárias

Para simplificar a apresentação das equações diferenciais ordinárias, será apresentado apenas a equação do movimento da fase de propulsão sem mencionar as restrições cinemáticas, a equação está descrita na equação (25). Essa equação é geral, uma vez que para considerar a

fase de retorno basta anular o termo $G(q) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$.

$$M(q)\ddot{q} + k(q, \dot{q}) = k^e(q) + G(q) \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} + H(q) \begin{bmatrix} \tau_O \\ \tau_C \\ \tau_M \end{bmatrix} + Q[F_{rol}] \quad (52)$$

Admitindo o vetor de variáveis de estados do controle ótimo como sendo:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} x \\ \beta \\ \alpha \\ \dot{x} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\alpha} \\ F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \\ F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (53)$$

E o vetor de variáveis de controle do controle ótimo como sendo:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \tau_O \\ \tau_C \\ \tau_M \end{bmatrix} \quad (54)$$

Porém, quando as estratégias de controle estão ativas, a assistência do motor (τ_M) não faz mais parte do vetor de variáveis de controle. E portanto, torna-se uma variável livre da formulação do problema de controle ótimo.

As equações dinâmicas serão apresentadas por:

- Fase de retorno:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{y}}_{2_{1:3}} = \mathbf{y}_{2_{4:6}} \\ \dot{\mathbf{y}}_{2_{4:6}} = M^{-1} \left(k^e + H\mathbf{u}_{1:3} + QF_{rol} + G\mathbf{y}_{2_{7:8}} - k \right) \\ \dot{\mathbf{n}}_2 = \left(\frac{1}{T_d} \right) (\dot{\mathbf{x}}_2 - \mathbf{n}_2) \\ \dot{\mathbf{e}}_2 = \tau_{M_2} \left(\frac{\dot{\mathbf{x}}_2}{R_2} \right) \end{array} \right. \quad (55)$$

- Fase de propulsão:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{y}}_{1_{1:3}} = \mathbf{y}_{1_{4:6}} \\ \dot{\mathbf{y}}_{1_{4:6}} = M^{-1} \left(k^e + H\mathbf{u}_{1:3} + QF_{rol} + G\mathbf{y}_{1_{7:8}} - k \right) \\ \dot{\mathbf{n}}_1 = \left(\frac{1}{T_d} \right) (\dot{\mathbf{x}}_1 - \mathbf{n}_1) \\ \dot{\mathbf{e}}_1 = \tau_{M_1} \left(\frac{\dot{\mathbf{x}}_1}{R_2} \right) \end{array} \right. \quad (56)$$

A formulação das equações (55) e (56) precisa da inversão da matriz de massa M para cada ponto de colocação. Essa matriz possui três linhas e três colunas. Isto pode acarretar em erros de diferenciação numérica ou aumentar o tempo de simulação, mas existem outras maneiras de solucionar este caso, como a diferenciação automática.

Resolveu-se esse problema inversão da matriz de massa, multiplicando os dois lados da equação à esquerda pela matriz de massa e trabalhou-se com a forma implícita da equação do movimento:

- Fase de retorno:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{y}}_{2_{1:3}} = \mathbf{y}_{2_{4:6}} \\ M\dot{\mathbf{y}}_{2_{4:6}} = \left(k^e + H\mathbf{u}_{1:3} + QF_{rol} + G\mathbf{y}_{1_{7:8}} - k \right) \\ \dot{\mathbf{n}}_2 = \left(\frac{1}{T_d} \right) (\dot{x}_2 - \mathbf{n}_2) \\ \dot{e}_2 = \tau_{M_2} \left(\frac{\dot{x}_2}{R_2} \right) \end{array} \right. \quad (57)$$

- Fase de propulsão:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{y}}_{1_{1:3}} = \mathbf{y}_{1_{4:6}} \\ M\dot{\mathbf{y}}_{1_{4:6}} = \left(k^e + H\mathbf{u}_{1:3} + QF_{rol} + G\mathbf{y}_{1_{7:8}} - k \right) \\ \dot{\mathbf{n}}_1 = \left(\frac{1}{T_d} \right) (\dot{x}_1 - \mathbf{n}_1) \\ \dot{e}_1 = \tau_{M_1} \left(\frac{\dot{x}_1}{R_2} \right) \end{array} \right. \quad (58)$$

As equações (57) e (58) permitem uma convergência melhor em comparação com as (55) e (56), uma vez que o problema é solucionado por uma multiplicação matricial e não uma inversão da matriz de massa.

Cuerva (2017) estudou uma estratégia de controle ótimo a partir de um controle de impedância. Para isso, ele necessitou determinar um modelo de referência. Sua escolha foi uma dinâmica de primeira ordem, qual o controlador deveria acompanhar. Assim sendo, o controlador modificou a característica do sistema que passou a ser um sistema linear. Modificando a característica do modelo, já que o modelo quatro-barras é um sistema não linear. Outro ponto em questão, é que em sua lei de controle há a participação da força humana aplicada no aro de propulsão, e assim exige-se a medição desta força, implicando na necessidade de haver um sensor de força acoplado ao aro, fato desconsiderado para esse projeto.

Neste projeto são abordadas outras estratégias de controle, sem a necessidade de um modelo de referência, a maneira a trabalhar com o sistema com suas características não lineares. A malha de controle deste projeto contém a dinâmica da cadeira de rodas-usuário acrescido da dinâmica do controle PD ou do controle *feedback linearization*, permitindo que o próprio problema de controle ótimo determine qual a dinâmica e a cinemática que o usuário realiza, que seja mais eficaz e provoque uma redução nos torques articulares do ombro e do cotovelo, respeitando as restrições do problema.

Todos os resultados foram obtidos por meio do programa comercial PROPT (*Optimal Control Software*), que basicamente converte o problema de controle ótimo em um problema de otimização paramétrica. O PROPT utiliza o solver SNOPT (*Sparse Nonlinear Optimization*) para solucionar a otimização não linear e é executado no ambiente Matlab.

5 RESULTADOS

Na metodologia foi detalhado o modelo do conjunto cadeira-usuário que represento o conjunto cadeira de rodas-usuário por meio das respectivas equações do movimento, além da formulação do problema de controle ótimo e das estratégias de controle, para se analisar por meio de simulações preditivas essas estratégias. As simulações feitas tentam descrever situações usuais do dia a dia de um cadeirante.

As simulações foram realizadas para determinar os efeitos da assistência do motor em malha fechada – em regime permanente e regime transitório. Para entender os efeitos da assistência foram determinados limites de desempenho da cadeira de rodas assistida em ambos regimes. Além disso, foram comparados os resultados obtidos da cadeira de rodas assistidas com o da cadeira de rodas sem assistência. Os limites de desempenho foram determinados em malha aberta.

5.1 ESTRATÉGIA DE CONTROLE PD

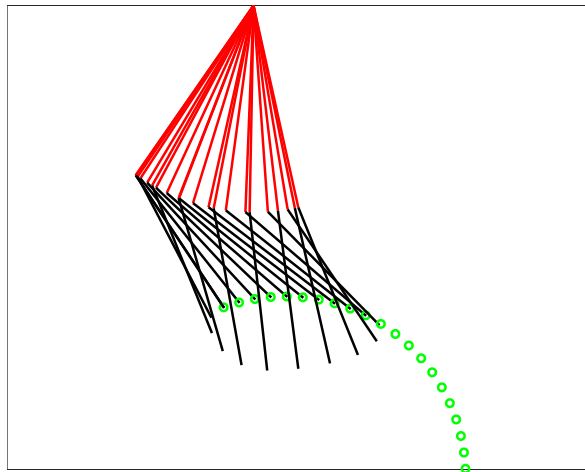
O desempenho da estratégia de controle baseado no controle PD foi avaliado nos dois regimes: permanente e transitório. No regime transitório o sistema cadeira-usuário parte do repouso e ao final da fase de propulsão atinge uma velocidade de 0,5 m/s. O regime permanente foi imposto fazendo-se com que os estados finais de uma fase sejam idênticos ao da outra fase, com uma velocidade média de 0,5 m/s.

5.1.1 Regime permanente

Neste tópico estão os resultados e as figuras obtidas pelas simulações feitas em regime permanente, para a estratégia de controle - PD.

A Figura 15 ilustra a cinemática do movimento do conjunto cadeira-usuário obtida pela solução do problema de controle ótimo para a estratégia PD em regime permanente, considerando um ciclo completo.

Figura 15 – Cinemática do movimento dos membros superiores – estratégia PD em regime permanente.



Fonte: Autor

Na Figura 15, o segmento em vermelho representa o braço, o segmento em preto representa o antebraço. As pequenas circunferências em verde indicam os possíveis posicionamentos da mão sobre o aro de propulsão. Nesta figura notou-se um padrão de movimento do conjunto cadeira de rodas-usuário, que é conhecido na literatura por SC (*semi-circular below the handrim*) (Cuerva *et al.*, 2017; Slowik *et al.*, 2015), uma vez que o usuário reposiciona os membros superiores, com um movimento de semicírculo abaixo do aro de propulsão.

As tabelas 3 e 4 indicaram quais foram os resultados das funções custo J e os tempos de duração de cada simulação realizada. Foram realizadas três tipos de simulações, a simulação feita para a cadeira de rodas sem assistência, onde o torque do motor é igual a zero ($\tau_M = 0$), representando a locomoção puramente manual, a simulação feita para cadeira de rodas híbrida em malha aberta, nesta simulação são encontrados os menores esforços físicos do usuário. E por fim, a simulação feita para a cadeira de rodas híbrida em malha fechada, onde a dinâmica da assistência do motor é determinada pela respectiva lei de controle. Os ganhos ótimos encontrados pelo controle ótimo nesta situação foram: $k_D = -0,26$ e $k_P = 5,1$.

Tabela 3– Função custo – estratégia PD em regime permanente.

Cadeira de rodas sem assistência			Cadeiras de rodas híbrida					
			Malha aberta			Malha Fechada		
Função Custo	67,25	[N ² m ² s]	Função Custo	8,16	[N ² m ² s]	Função custo	12,50	[N ² m ² s]

Fonte: Autor.

A Tabela 3 mostra os valores das funções custos para cada simulação, representando o esforço físico do usuário. As simulações onde a assistência do motor está presente, apresentam reduções das funções custo, isto comparado com a cadeira de rodas sem assistência. Para a simulação da cadeira de rodas híbrida em malha aberta, o problema de controle ótimo obteve uma função custo de 8,16 [N²m²s], comparado com a cadeira de rodas sem assistência, a função custo foi reduzida em 87%. Agora para a cadeira de rodas híbrida em malha fechada o valor encontrado foi de 12,50 [N²m²s], uma redução de 81%. A redução foi maior em malha aberta, pelo fato de não haver uma restrição relacionada à dinâmica da assistência do motor, sendo a melhor dinâmica encontrada pelo problema de controle ótimo.

Tabela 4– Tempo de duração do ciclo – estratégia PD em regime permanente

Cadeira de rodas sem assistência				Cadeiras de rodas híbrida							
				Malha aberta				Malha Fechada			
Tempo	t ₁	0,572	[s]	Tempo	t ₁	0,529	[s]	Tempo	t ₁	0,562	[s]
	t ₂	0,480	[s]		t ₂	0,626	[s]		t ₂	0,626	[s]
	t _c	1,052	[s]		t _c	1,155	[s]		t _c	1,188	[s]

Fonte: Autor

onde t₁ é o tempo da fase de avanço, t₂ é o tempo da fase de retorno e t_c é o tempo do ciclo completo.

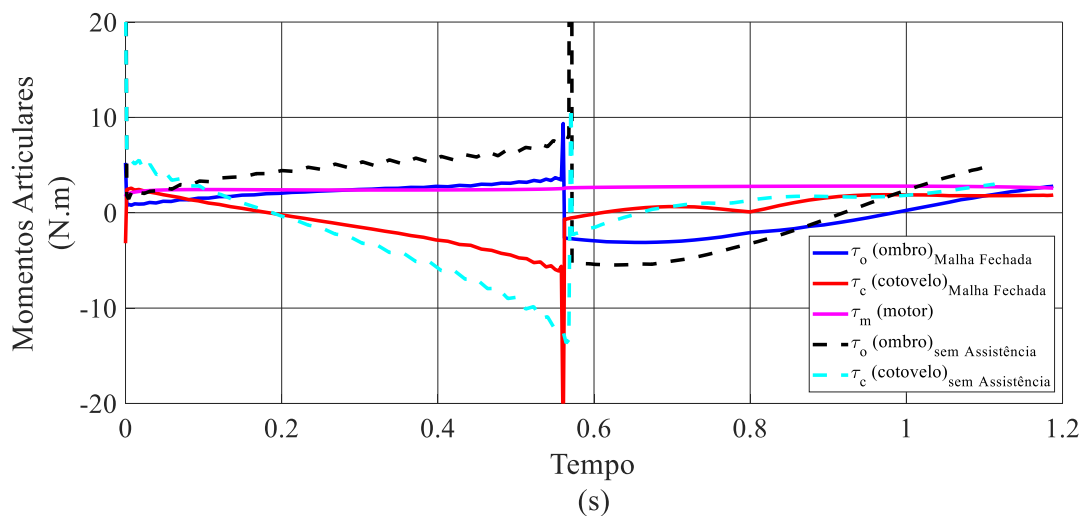
A Tabela 4 mostra o tempo de ciclo das análises feitas com o conjunto cadeira de rodas-usuário. Destaca-se nesta tabela a diminuição da duração da fase de avanço e o aumento da duração da fase de retorno, para a cadeira de rodas híbrida. Isto indica que o usuário em regime permanente tem uma redução da frequência de movimento, em outras palavras uma cadência menor. Essa frequência de movimento menor é benéfica ao usuário, uma vez que os movimentos repetitivos realizados para a propulsão da cadeira de rodas aumentam os riscos de lesões nas articulações do cadeirante.

A Figura 16 mostra os perfis dos momentos articulares e do torque do motor para o regime permanente. Nas figuras a seguir, os resultados das simulações da cadeira de rodas híbrida em malha aberta foram omitidos, para ter clarezas nas figuras.

As linhas tracejadas representam os resultados das simulações da cadeira de rodas manual sem assistência e as linhas contínuas representam os resultados das simulações da cadeira de rodas híbrida, com a estratégia de controle ativa. Este padrão mencionado acima se repetirá nas outras figuras analisadas.

Nesta seção a estratégia de controle ativa é a estratégia baseada no controle PD. Os momentos articulares positivos estão relacionados aos momentos do ombro, consequentemente, os momentos articulares negativos estão relacionados aos momentos do cotovelo, isto para a fase de avanço. Inverte-se esta afirmação no início da fase de retorno. Essas características, se manterão nas análises de perfis de momentos e do torque do motor, para ambos regimes e ambas estratégias de controle.

Figura 16 – Momentos articulares – estratégia PD em regime permanente



Fonte: Autor

A redução do esforço físico realizado pelo usuário é evidenciada pelos perfis dos momentos articulares. Nota-se uma redução substancial dos momentos articulares, ao longo do ciclo de propulsão, quando a estratégia de controle está ativa, em comparação com a cadeira de rodas manual sem assistência.

Na figura acima, o torque extra aplicado sobre o eixo da cadeira de rodas é praticamente nulo no início da simulação e antes de 0,1s atinge um valor aproximado de 3 N.m, mantendo-se aproximadamente constante durante toda a simulação do ciclo. Porém, mesmo com esse torque baixo, em relação ao valor nominal do motor de 37,62 N.m, foi obtido uma redução considerável dos torques articulares do usuário na fase de propulsão. O torque na fase de retorno auxilia o reposicionamento dos membros superiores para um novo ciclo, diminuindo a velocidade destes membros, mas permitindo um deslocamento maior do conjunto da cadeira de rodas, fato que poderá ser visto na Figura 17.

A dinâmica do torque extra encontrado é dependente da otimização dos ganhos do controlador, da velocidade da cadeira de rodas e do estado da ação de controle derivativa, conforme a equação (59).

$$u = \tau_M = k_P \dot{x} + \left(\frac{k_D}{T_d} \right) (\dot{x} - n) \quad (59)$$

Porém, como o sistema está em regime permanente a dinâmica do torque extra é praticamente influenciada exclusivamente pela parcela da ação proporcional, uma vez que não há grandes variações de velocidade da cadeira, diminuindo o efeito da parcela da ação derivativa.

Os valores encontrados nas funções custos são influenciados extremamente pelos torques articulares iniciais de ambas as fases, uma vez que a função custo minimiza os torques articulares ao quadrado. Os gráficos dos momentos articulares indicam picos de momentos, no começo de cada fase. A existência do torque extra dado pelo motor, permitiu diminuir esses picos.

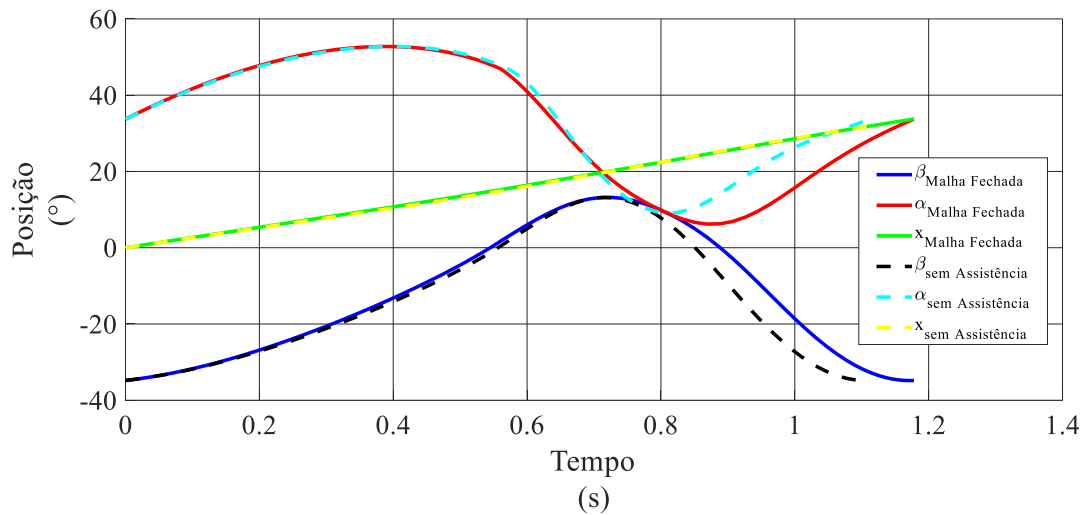
Considera-se que a solução ótima em malha aberta representa um limite de desempenho desse sistema, por não haver a restrição que uma lei de controle em malha fechada imporia. Desta forma, permite-se que a assistência do motor atinja a restrição do valor nominal do motor.

A Figura 17 mostra a posição dos membros superiores e o deslocamento da cadeira de rodas, em graus. Os ângulos da parte superior da figura mostram as posições do antebraço, durante o ciclo completo. Agora, os ângulos da parte inferior mostram as posições do braço. Isto se manterá quando for analisado a posição dos membros superiores, em regime transitório.

Nota-se que, a maior distância percorrida pelo usuário ocorre quando a assistência do motor está ligada por um maior tempo, auxiliando o usuário durante todo o ciclo, conforme visto na Figura 16. Portanto, quando cadeira de rodas possui um sistema de controle, permite o usuário percorrer uma maior distância em regime permanente, facilitando assim a sua locomoção.

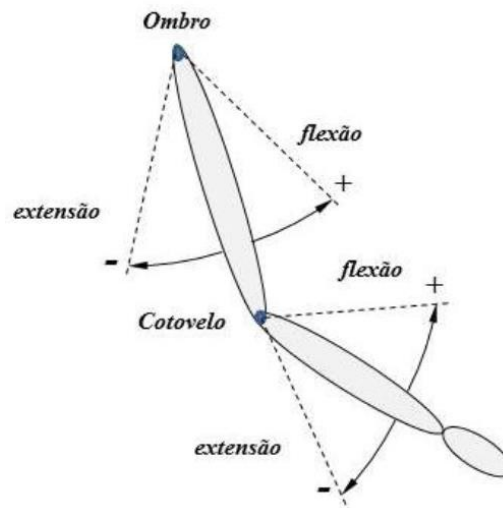
A informação da cinemática dos membros superiores é completada com a informação do movimento das articulações do ombro e do cotovelo que pode ser visto na Figura 18.

Figura 17 – Cinemática dos membros superiores (ângulos articulares e da cadeira) – estratégia PD em regime permanente.



Fonte: Autor

Figura 18 – Denominação dos movimentos das articulações do ombro e do cotovelo.



Fonte: Amâncio, 2016

As Figura 17 e Figura 18 ilustram que a articulação do ombro sofre extensão no início da fase de avanço e uma pequena flexão ao final desta fase. No começo da fase de retorno (no instante 0,562s) ocorre a flexão do ombro por até 0,3s (0,562 até 0,896s) e após esse instante o braço sofre extensão até o próximo contato com o aro de propulsão. A articulação do cotovelo está flexionada durante cerca de $\frac{3}{4}$ da fase de avanço (por 0,45s) e estende-se até o instante de 0,887s já na fase de retorno, finalizando flexionado até o novo ciclo se iniciar.

O perfil do movimento realizado pelo usuário não se modifica entre os dois tipos de cadeira analisados, isto devido às restrições cinemáticas impostas na formulação do problema de controle ótimo. Exceto na fase de retorno, quando se analisa a cadeira de rodas híbrida, há uma pequena ampliação do movimento dos membros superiores ajudando um melhor reposicionamento da mão no ponto de contato imposto na formulação do problema para um novo ciclo.

5.1.2 Regime transitório

As simulações em regime transitório para estratégia baseada no controle PD foram feitas considerando que o sistema partiu do repouso, e para os mesmos tipos de cadeira que foram analisados nas simulações anteriores.

Na Figura 19 está ilustrada a cinemática do movimento, considerando o braço, o antebraço e a possível posição da junta da mão com o aro de propulsão.

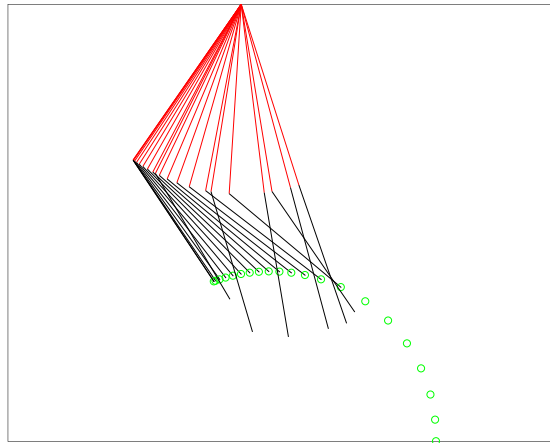
Observa-se que a resposta teve perfil parecido com o da Figura 15, exceto que para o regime transitório foi obtido uma fase de retorno mais curta, portanto, o usuário necessita impor força sobre o aro de propulsão com mais frequência, além disso, o regime transitório tem uma fase de propulsão mais longa em comparação ao regime permanente. Algo esperado, devido ao conjunto cadeira-usuário partir do repouso.

As respostas da Tabela 5 tiveram resultados superiores aos da Tabela 3, isto devido ao usuário ter de realizar mais esforços para o deslocamento do conjunto da cadeira de rodas-

usuário, de maneira a suprir a inércia do conjunto. Em regime transitório, a inércia do sistema é um dos fatores que dificultam os deslocamentos da cadeira de rodas no plano sagital.

Para o regime transitório não será apresentado a tabela de tempo de duração do ciclo, por não ter a mesma finalidade que em regime permanente.

Figura 19 – Cinemática do movimento dos membros superiores – estratégia PD em regime transitório.



Fonte: Autor

Tabela 5 – Função custo – estratégia PD em regime transitório.

Cadeira de rodas sem assistência			Cadeira de rodas híbrida					
			Malha Aberta			Malha Fechada		
Função	335,52	[N ² m ² s]	Função	117,82	[N ² m ² s]	Função	191,36	[N ² m ² s]
Custo			Custo			Custo		

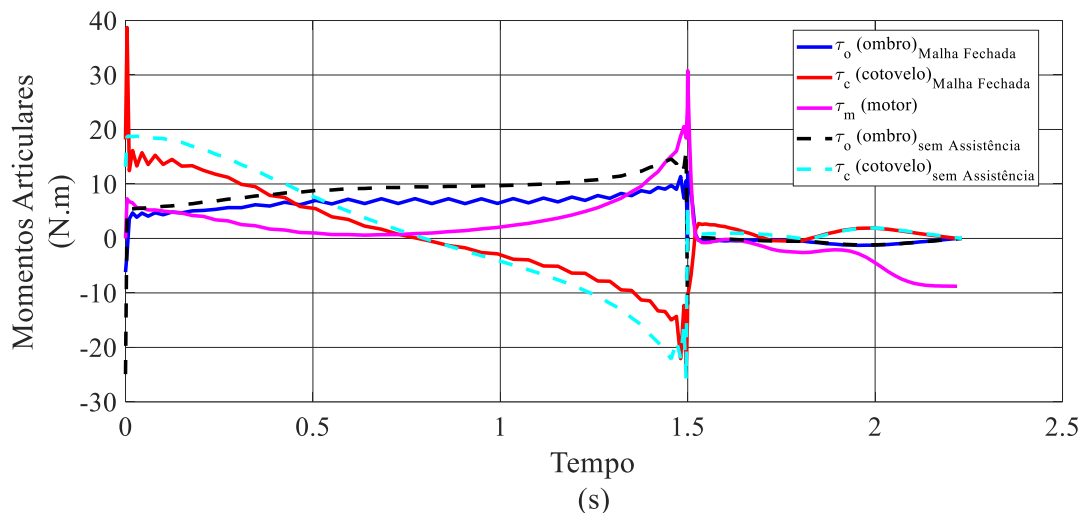
Fonte: Autor.

Nesta situação de regime transitório, o limite de desempenho encontrado em malha aberta reduz a função custo em aproximadamente 64%, situação onde a assistência do motor atua de maneira independente, sem uma lei de controle. Com relação à aplicação da estratégia de controle, esta redução foi de 57%. Destaca-se aqui que, quanto maior for participação da assistência do motor, menor será a demanda de utilização dos torques articulares.

Os gráficos da Figura 20 mostram a redução dos torques articulares, com a inclusão da assistência do motor. Como o sistema parte do repouso, o torque extra inicial é nulo, pelo fato da velocidade da cadeira ser nula, e por ter sido imposto que o estado inicial da ação derivativa

seja nulo. Desta forma, a assistência do motor necessita de que haja velocidade na cadeira de rodas, para poder atuar. Implicando em um atraso na resposta da lei de controle, algo comum para um controle proporcional-derivativo.

Figura 20 – Momentos articulares – estratégia PD em regime transitório



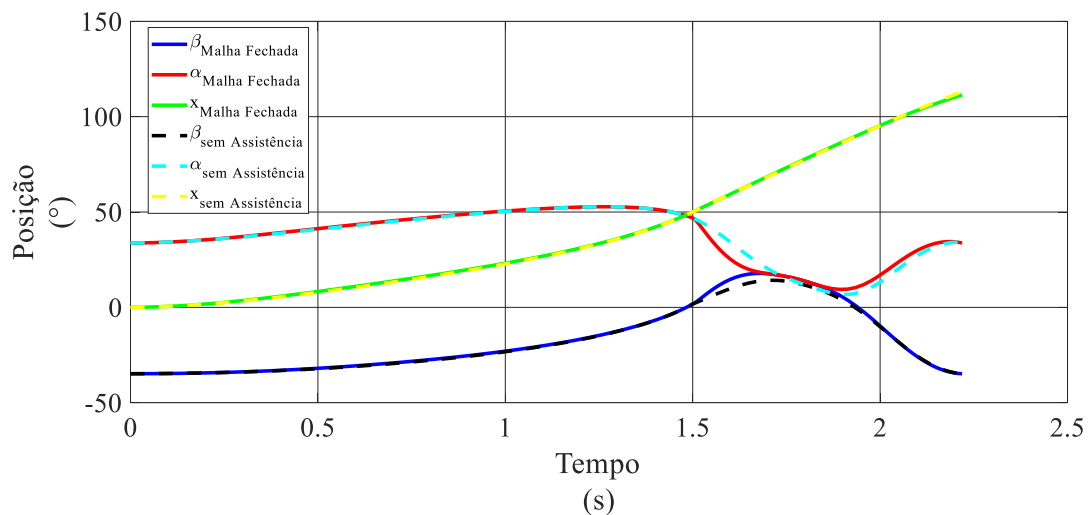
Fonte: Autor

Ainda na Figura 20, percebe-se que o usuário realiza sozinho o movimento inicial do conjunto, porque os torques articulares iniciais são elevados. Em regime transitório, para o usuário se deslocar são necessários torques articulares maiores que o regime permanente, decorrente da velocidade reduzida do sistema, afinal o conjunto cadeira-usuário parte do repouso e a velocidade do conjunto aumenta gradativamente ao decorrer da fase de propulsão, como o torque extra dado pelo motor está diretamente ligado à velocidade e à aceleração da cadeira de rodas, provoca uma variação da dinâmica da assistência do motor.

O problema de controle ótimo impõe para estratégia de controle PD ganhos de controle iguais a: $k_D = 12,5$ e o ganho proporcional de $k_P = -0,71$. Após o torque extra atingir o pico inicial, a assistência do motor é reduzida devido ao aumento da velocidade da cadeira de rodas. E também, pelo fato do problema de controle ótimo diminuir a subtração existente no estimador da aceleração, entre a velocidade da cadeira de rodas e o estado da ação derivativa. Aproximadamente no instante de 0,63s essa subtração presente no estimador da aceleração aumenta, ocasionando o aumento da assistência do motor.

A Figura 21 ilustra o que foi mencionado anteriormente. Uma fase de propulsão mais longa e uma fase de retorno mais curta. Apressando o movimento dos membros superiores, portanto, uma frequência de movimento maior.

Figura 21 – Cinemática dos membros superiores (ângulos articulares e da cadeira) – estratégia PD em regime transitório.



Fonte: Autor

Com o auxílio da Figura 18 e da Figura 21 nota-se que a articulação do ombro sofre extensão ao longo da fase de avanço e no início da fase de retorno, e posteriormente passa a sofrer flexão até o início de um novo ciclo.

A articulação do cotovelo sofre predominantemente flexão na fase de propulsão e em 5/6 da fase de retorno a articulação passa a sofrer extensão e estende-se no restante da fase de retorno.

5.2 ESTRATÉGIA DE CONTROLE *FEEDBACK LINEARIZATION*

O desempenho da estratégia de controle baseado no *feedback linearization* foi avaliado para as duas situações propostas: em regime permanente e transitório. Foram definidas duas porcentagens de redução aparente da massa, do atrito viscoso e do atrito de Coulomb, essas porcentagens foram de: 30% e 45%. Valores superiores ou inferiores apresentaram erros de otimização, ou foram encontrados valores de funções custos inferiores ao limite de desempenho

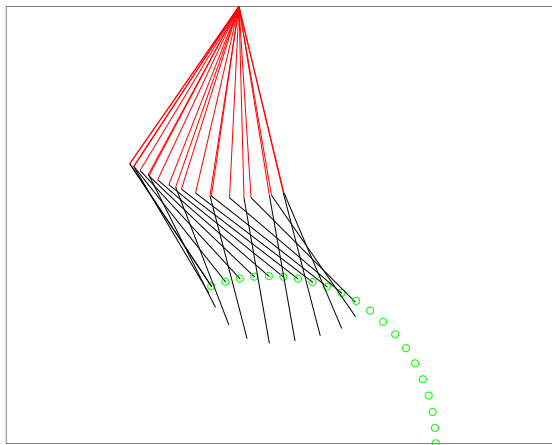
encontrado em malha aberta, sendo um indício de que esses valores não estejam corretos, portanto foram desconsiderados.

5.2.1 Regime permanente

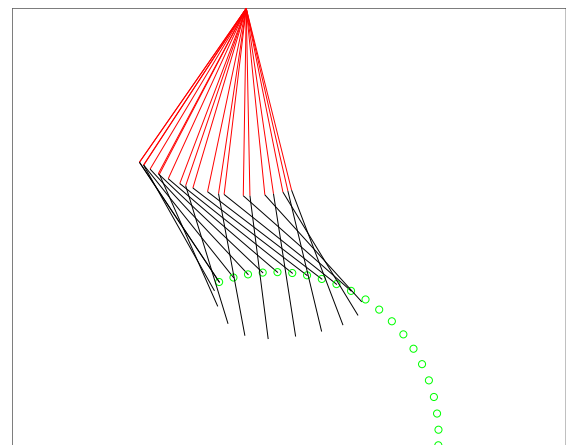
Em regime permanente, notou-se que a parcela da inércia da lei de controle (P_3), definida em (51), não interfere na redução dos esforços físicos previstos pelo controle ótimo. Isto foi visto, por meio das as funções custos que apresentaram valores praticamente iguais, quando era considerada esta parcela ou não. Isto acontece pelo fato do sistema possuir uma certa velocidade e, portanto, o usuário não precisa superar a inércia do sistema para deslocar o conjunto cadeira-usuário. Assim sendo, os resultados e as figuras que serão mostradas nesta seção não consideram a contribuição da inércia do sistema na lei de controle (51).

A cinemática do movimento encontradas nas análises desta seção são idênticas à da seção 5.1.1, devido às restrições impostas na formulação do problema de controle ótimo. Isto pode ser visto nas Figura 22a e 22b.

Figura 22 – Cinemática dos movimentos dos membros superiores – estratégia *feedback linearization* em regime permanente.



(a) Atrito viscoso e atrito de Coulomb reduzidos em 30%



(b) Atrito viscoso e atrito de Coulomb reduzidos em 45%

Os segmentos em vermelho representam o movimento realizado pelo braço do usuário, os segmentos em preto identificam os movimentos feitos pelo antebraço e as circunferências em verde representam as possíveis posições da mão do usuário sobre o aro de propulsão.

Na Tabela 6 estão contidos a duração de cada fase do ciclo (t_1 – avanço, t_2 – retorno, t_c – tempo de ciclo), considerando a cadeira de rodas manual sem assistência, a cadeira de rodas híbrida para as simulações feitas em malha aberta, em malha fechada com as respectivas porcentagens de reduções aparente da massa, do atrito viscoso e do atrito de Coulomb..

Tabela 6 – Tempo de duração do ciclo – estratégia *feedback linearization* em regime permanente

Cadeira de rodas sem assistência			
Tempo	t_1	0,572	[s]
	t_2	0,480	[s]
	t_c	1,112	[s]
Cadeira de rodas híbrida			
Malha aberta			
Tempo	t_1	0,529	[s]
	t_2	0,626	[s]
	t_c	1,155	[s]
Cadeira de rodas híbrida			
Malha fechada			
$P_4 = P_5 = 0,3$ (30% redução)			
Tempo	t_1	0,568	[s]
	t_2	0,601	[s]
	t_c	1,169	[s]
$P_4 = P_5 = 0,45$ (45% de redução)			
Tempo	t_1	0,566	[s]
	t_2	0,639	[s]
	t_c	1,205	[s]

Fonte: Autor

onde P_4 é a porcentagem de redução do atrito viscoso e P_5 é a porcentagem de redução do atrito de Coulomb

Obtida a Tabela 6 percebeu-se que para a estratégia de controle baseada no *feedback linearization*, a cadeira de rodas híbrida reduz o tempo de duração da fase de propulsão e aumenta o tempo de duração da fase de retorno em relação à cadeira de rodas manual sem assistência. Apresentando a mesma peculiaridade da seção 5.1.1, onde a existência de um torque extra proporciona uma redução da frequência do movimento, sendo uma forma de prevenir os riscos de lesões dos membros superiores, devido a fadiga muscular decorrente dos movimentos repetitivos e constantes realizado pelo usuário.

Outro ponto a destacar é que para a redução de 30%, o usuário tem um tempo da fase de retorno mais curta, indicando que o usuário reposiciona os membros superiores para um novo ciclo mais rapidamente. Já para a redução de 45% a fase de retorno foi mais longa, permitindo um melhor reposicionamento da mão de maneira mais devagar.

O tempo da fase de avanço em malha fechada é maior que o de malha aberta, pelo fato do torque extra aplicado sobre o eixo da roda traseira ser menor em malha fechada, e, portanto, o usuário necessita impor força sobre o aro de propulsão por mais tempo para deslocar o conjunto cadeira-usuário.

A Tabela 7 mostra os valores das funções custos, para a estratégia de controle estudada, assim como, o valor de limite de desempenho em malha aberta e a função objetivo encontrada para a cadeira de rodas manual sem assistência.

Tabela 7 – Função custo – estratégia *feedback linearization* em regime permanente.

Cadeira de rodas sem assistência						
Função custo		67,25		[N ² m ² s]		
Cadeira de rodas híbrida						
Malha aberta						
Função custo		8,16		[N ² m ² s]		
Cadeira de rodas híbrida						
Malha fechada						
P ₄ = P ₅ = 0,3 (30% redução)				P ₄ = P ₅ = 0,45 (45% de redução)		
Função	51,01	[N ² m ² s]		Função	18,62	[N ² m ² s]
Custo				Custo		

Fonte: Autor.

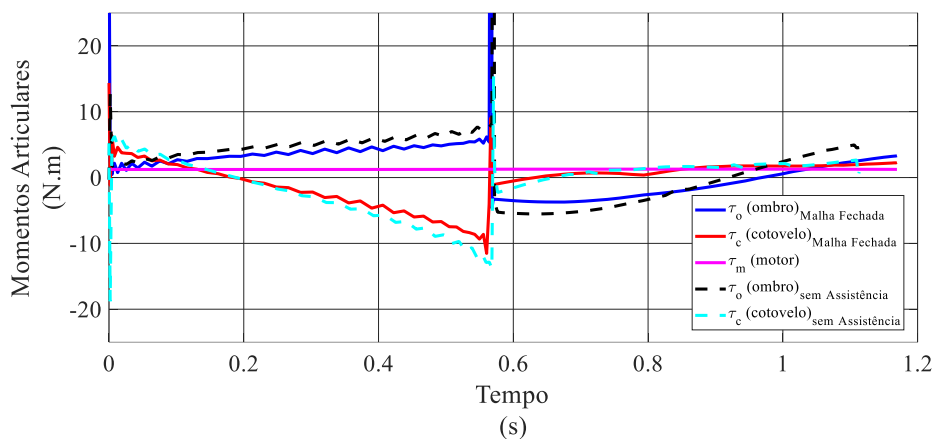
A estratégia de controle baseada em *feedback linearization* produziu reduções dos esforços físicos do usuário, podendo ser visto em valores numéricos na Tabela 7. Importante ressaltar que, quanto maior for a porcentagem de redução menor será a função custo, devido a diminuição da contribuição das forças contrárias ao movimento ligadas diretamente no equacionamento do modelo, e, portanto, menores serão os torques articulares previstos pelo problema de controle ótimo.

As reduções encontradas em comparação com a cadeira de rodas manual sem assistência foram de aproximadamente 24% para uma porcentagem de redução de 30% do atrito viscoso e do atrito de Coulomb e de 72% para uma porcentagem de redução de 45% do atrito viscoso e

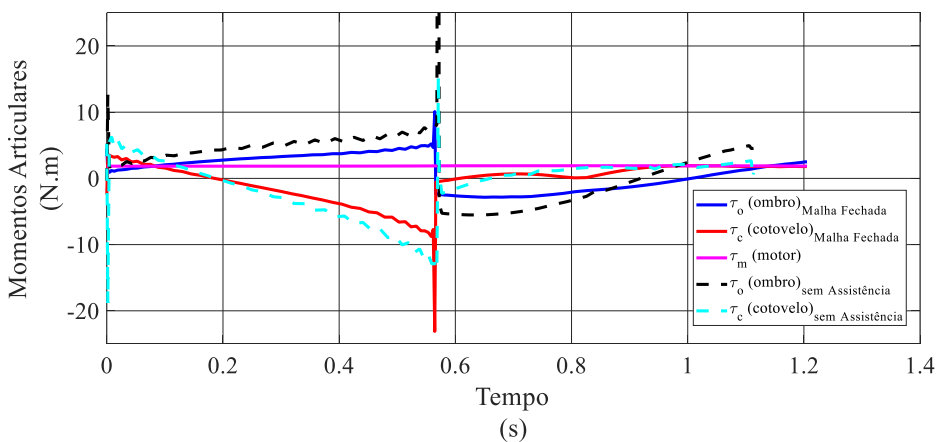
do atrito de Coulomb. Verificou-se aqui que, com uma porcentagem de 45% a função custo desta estratégia se aproximar da função custo encontrada em malha aberta.

Essas reduções dos torques articulares podem ser vistas graficamente na Figura 23, onde estão os gráficos dos momentos articulares das duas porcentagens de reduções inseridas na lei de controle. A porcentagem de redução de 30% apresentou picos maiores dos torques articulares, no começo de cada fase do ciclo, o que contribuiu para uma função custo maior, já que o usuário realiza um maior esforço para deslocar do conjunto cadeira-usuário. Isto é um dos pontos que difere as duas porcentagens de redução. Também nesta figura estão os gráficos da análise feita sobre a cadeira de rodas manual sem assistência.

Figura 23 – Momentos articulares – estratégia *feedback linearization* em regime permanente.



(a) – porcentagem de redução de 30%



(b) – porcentagem de redução de 45%

Nota-se que na Figura 23b possui linhas contínuas mais distantes das linhas tracejadas, em relação à Figura 23a, provocado por um torque extra constante, porém maior do que a simulação feita com uma porcentagem de redução de 30%. Os valores dos torques extras foram de 1,3 N.m para a primeira figura e um torque de aproximadamente 2 N.m na segunda simulação. Também, nota-se que as duas simulações apresentam dinâmicas dos torques extra muito próximas àquelas da estratégia de controle baseado no controle PD, exceto que as magnitudes dos torques são menores na seção 5.2.1. Para utilizar toda a energia disponibilizada, o problema de controle ótimo determinou uma assistência “constante” para a assistência do motor.

5.2.2 Regime transitório

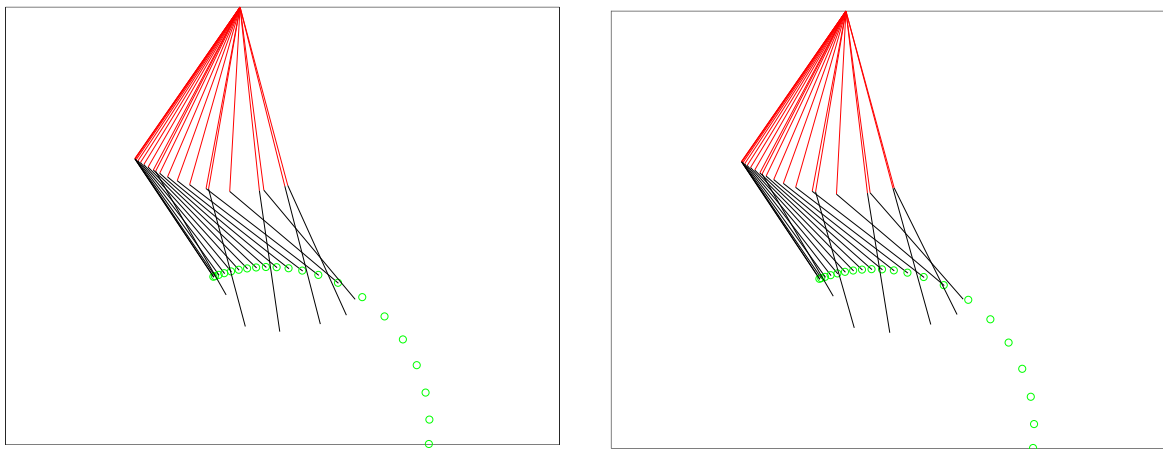
As simulações em regime transitório para a estratégia de controle *feedback linearization*, também considerou que o sistema partiu do repouso e ao final da fase de propulsão atingiu uma velocidade de 0,5 m/s.

As figuras e as tabelas a seguir mostram os resultados obtidos das simulações feitas verificando os esforços físicos do usuário comparando os dois tipos de cadeira de rodas analisados.

A Figura 24 ilustra a cinemática do movimento em regime transitório para estratégia de controle *feedback linearization*, para as duas simulações feitas.

Nesta situação estudada nota-se uma redução da fase de retorno, para ambos os casos, assim como aconteceu na seção 5.1.2. A cinemática encontrada foi parecida com o da seção 5.1.2 por ter sido limitado o movimento que o usuário realizaria durante o ciclo, por meio das restrições cinemáticas. A cinemática do braço foi representada pelos segmentos em vermelho, o segmento em preto corresponde a cinemática do antebraço.

Figura 24 – Cinemática dos movimentos dos membros superiores – estratégia *feedback linearization* em regime permanente.



(a) Inércia, atrito viscoso e atrito de Coulomb reduzidos em 30%

(b) Inércia, atrito viscoso e atrito de Coulomb reduzidos em 45%

A Tabela 8 traz as funções objetivas encontradas pelo problema de controle ótimo para a estratégia de controle baseada no *feedback linearization*.

Tabela 8 – Função custo – estratégia *feedback linearization* em regime transitório.

Cadeira de rodas sem assistência					
Função custo		335,52		[N ² m ² s]	
Cadeira de rodas híbrida					
Malha aberta					
Função custo		117,82		[N ² m ² s]	
Cadeira de rodas híbrida					
Malha fechada					
P ₃ = P ₄ = P ₅ = 0,3 (30% redução)			P ₃ = P ₄ = P ₅ = 0,45 (45% redução)		
Função	204,35	[N ² m ² s]	Função	128,73	[N ² m ² s]
Custo			Custo		

Fonte: Autor.

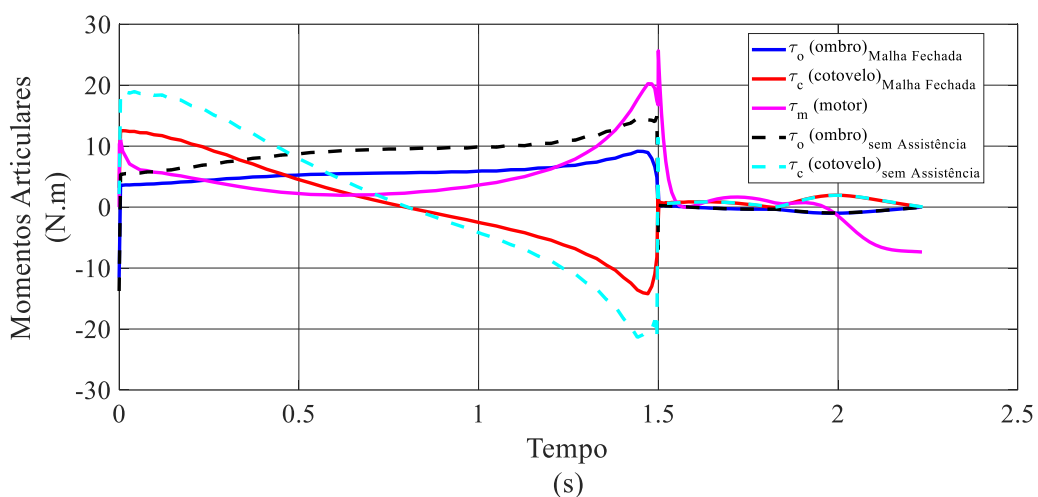
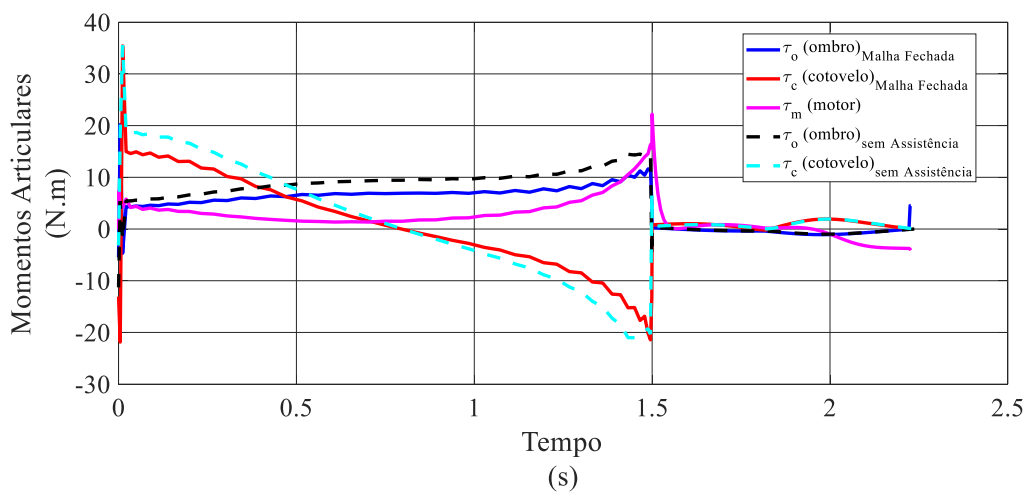
onde P₃ é a porcentagem de redução da inércia do conjunto cadeira-usuário P₄ é a porcentagem de redução do atrito viscoso e P₅ é a porcentagem de redução do atrito de Coulomb

Na Tabela 8 percebe-se que as tendências obtidas anteriormente se mantiveram nesta análise, onde as funções custos obtidas em malha fechada respeitam o limite de desempenho obtido em malha fechada. Da mesma maneira que, essas funções em malha fechada são menores que o valor encontrado para a cadeira de rodas manual sem assistência.

Em porcentagem isso se traduz da seguinte forma, para uma porcentagem de redução de 30% a redução obtida entre as funções custo foi de aproximadamente 39%. Agora, para uma porcentagem de redução da inércia do conjunto, do atrito viscoso e atrito de Coulomb essa redução subiu para a 61%. Desta forma, quanto maior for a porcentagem de redução da inércia do conjunto, do atrito viscoso e atrito de Coulomb, menor serão os torques articulares do usuário para propulsionar a cadeira de rodas, durante o seu deslocamento.

Os torques articulares obtidos podem ser vistos na Figura 25.

Figura 25 – Momentos articulares – estratégia *feedback linearization* em regime transitório.



Fonte: Autor

Como esperado, as magnitudes dos torques articulares da Figura 25b são menores do que os da Figura 25a, pelo fato do torque extra ter valores maiores. Sendo assim, o usuário que necessita de menos força aplicada sobre o aro de propulsão, já que o motor completa o torque. Previnem-se assim os riscos de lesões das articulações do ombro e do cotovelo.

As linhas tracejadas representam os esforços físicos que usuário realiza para o deslocamento da cadeira de rodas manual sem assistência. Em ambas situações apresentadas, a existência do motor acoplado as rodas traseiras permitiu que a diminuição dos torques articulares, uma vez que as linhas contínuas representam o sistema com a parcela do torque extra inclusa no equacionamento do modelo.

5.3 DISCUSSÃO

Como descrito anteriormente, as simulações foram realizadas para regime permanente e regime transitório, sendo que no regime permanente o intuito foi manter a velocidade média da cadeira de rodas em torno de 0,5 m/s e em regime transitório foi considerado que o sistema partiu do repouso no início da fase de avanço, e que ao final desta fase o conjunto cadeira-usuário atingisse a velocidade de 0,5 m/s. Para os dois regimes foram feitas simulações que incluíram as duas estratégias de controle, a primeira baseada no controle PD, por ser usualmente utilizada em aplicações práticas, e a outra estratégia baseou-se na técnica chamada de *feedback linearization*, com intuito de reduzir aparentemente a inércia do conjunto cadeira-usuário, o atrito viscoso e o atrito de Coulomb. Essa segunda abordagem permite alterar os parâmetros aparentemente, sem a necessidade de realizar uma aproximação linear do modelo cadeira-usuário. Optou-se em aplicar alterações percentuais em relação aos valores nominais dos parâmetros do sistema referentes a inércia, o atrito viscoso e o atrito de Coulomb, reduziu esses parâmetros em 30% e 45%.

Para facilitar o entendimento da eficácia das estratégias, foi utilizado a técnica de controle ótimo, para prever a dinâmica do movimento do conjunto da cadeira-usuário, em cada regime e para apenas um ciclo completo da propulsão da cadeira de rodas. O problema de controle ótimo identificou nas figuras 15, 22a e 22b tendências da cinemática do movimento para o regime permanente, assim como também para o regime transitório (figuras 19, 25a e 25b). Essas tendências ocorreram devido às definições das restrições cinemáticas impostas no

problema de controle ótimo, restringindo o movimento realizado pelo usuário. Evidenciando assim que, as cinemáticas do movimento encontradas independem da estratégia de controle estudada. O movimento que o usuário realiza para o deslocamento do conjunto cadeira-usuário é conhecido na literatura por SC (*semi-circular below the handrim*) (Cuerva *et al.*, 2017; Slowik *et al.*, 2015). Denomina-se este movimento assim, pelo fato do usuário reposicionar os membros superiores com movimentos abaixo do aro de propulsão.

O problema de controle ótimo além de prever os movimentos do conjunto cadeira-usuário teve como intuito minimizar os quadrados dos torques articulares do usuário, definido por meio da função custo (43). Os resultados mostrados nas tabelas 3 e 7 indicam que, com a existência do torque extra, aplicado em malha aberta e malha fechada (ativas as estratégias de controle), ocorreram diminuições nas funções custo, em decorrência das diminuições dos torques articulares do cadeirante, isto em relação à cadeira de rodas manual sem assistência, meio de locomoção mais utilizado pelos usuários com deficiência motora. Isto se manteve nas tabelas 5 e 8, situação onde o usuário deveria aplicar uma força maior para o deslocamento da cadeira de rodas, pelo fato do conjunto cadeira-usuário partir do repouso, e, portanto, o usuário necessitou superar sozinho a inércia do sistema no início da fase de avanço. Resultados parecidos foram reportados na literatura (COOPER *et al.*, 2002; KLOOSTERMAN *et al.*, 2012; CUERVA, 2017). Nesta pesquisa, notou-se que as estratégias de controle, juntamente da análise em malha aberta, onde o torque extra pôde ter uma dinâmica livre, compensaram os esforços físicos que o usuário deveria exercer durante a propulsão da cadeira de rodas, facilitando a locomoção do usuário.

As figuras 16, 20, 23a e 23b e 25a e 25b também ilustram essas reduções dos torques articulares da cadeira de rodas híbrida em relação à cadeira de rodas manual sem assistência. As dinâmicas dos torques articulares são muito similares aos dados da literatura (ACKERMANN *et al.*, 2014; CUERVA, 2017). Além dos torques articulares, essas figuras apresentam a série temporal do torque do motor para cada situação estudada.

O fato do torque do motor depender da velocidade da cadeira de rodas e de um estimador da aceleração da cadeira de rodas, fizeram com que o problema de controle ótimo determinasse, que uma assistência aproximadamente constante era necessária para consumir toda energia disponível imposta ao problema, isto em regime permanente. Em regime transitório, notam-se picos no início de cada fase, pelo fato do problema de controle ótimo tentar reduzir o esforço físico feito pelo usuário para superar sozinho a inércia do sistema no começo da fase de

propulsão e por ter havido um aumento da velocidade em seu valor máximo no início da fase de retorno.

As tabelas 4 e 6 apresentaram a duração do tempo de cada fase do ciclo, além da própria duração do ciclo. Nelas percebe-se que os estudos feitos sobre a cadeira de rodas híbrida, mostraram uma diminuição do tempo da fase de avanço e um aumento do tempo da fase de retorno, em relação à cadeira de rodas manual sem assistência, e, conseqüentemente, uma duração de ciclo maior (Cuerva, 2017). Isto ocorreu, pelo fato do torque extra diminuir a velocidade dos membros superiores na fase de retorno, conseqüentemente, o tempo de duração para o reposicionamento da mão foi maior, para facilitar o posicionamento da mão no ponto inicial, definido no problema de controle ótimo. E portanto, as estratégias de controle e o sistema em malha aberta permitiram que houvesse um aumento da cadência de propulsão da cadeira de rodas híbrida, causando a diminuição da frequência de repetição dos movimentos dos membros superiores durante a propulsão da cadeira de rodas. Fatores que são responsáveis por causarem dores nas articulações do ombro e cotovelo (Guillon et al., 2015; Kloosterman et al., 2012).

As figuras que mostram a cinemática dos membros superiores (figuras 17 e 21) ilustram o movimento do braço e do antebraço e o deslocamento da cadeira de rodas, onde identificaram-se as ações que as articulações do ombro e do cotovelo sofreram, ou como movimentaram-se os membros superiores durante a propulsão da cadeira de rodas. Na fase de propulsão, há uma padronização da ação sofrida pela articulação do ombro em todas análises feitas, apresentando no início da fase de avanço uma extensão e ao final dessa fase uma flexão, em outras palavras o braço iniciou o movimento para atrás do ponto de origem, que é a junta do ombro, e movimentou-se para frente em todas as análises feitas. Na fase de retorno, a articulação do ombro sofreu extensão até o próximo contato com o aro de propulsão, portanto o braço se movimentou para trás, durante toda a fase de retorno em todas situações estudadas. A articulação do cotovelo iniciou a fase de propulsão flexionada, e estendeu-se até o final da fase de avanço. Assim sendo, o antebraço realizou o movimento contrário ao deslocamento da cadeira de rodas até o final da fase de propulsão, que se desloca da esquerda para a direita. Já na fase de retorno ocorreu uma flexão da articulação do cotovelo e ao final desta fase a articulação do cotovelo sofre extensão até o próximo ciclo começar.

Nota-se nessas figuras de cinemática dos membros superiores, que o perfil do movimento realizado pelo usuário não se modificou com a inserção das estratégias de controle, em relação à cadeira de rodas manual sem assistência.

Na seção 5.2 não foram apresentadas as figuras da cinemática dos membros superiores, por serem praticamente idênticas as figuras da seção 5.1, mencionadas acima. As figuras 15, 19, 22a e 22b, 25a e 25b comprovam que os movimentos realizados pelo usuário são similares, devido às restrições cinemáticas impostas na formulação do problema de controle ótimo.

Os ganhos obtidos para o controlador PD servem apenas para o regime trabalhado em questão. Não houve convergência do problema de controle ótimo quando foi imposto que os ganhos de regime permanente controlassem a lei de controle do regime transitório e vice-versa.

Algumas simplificações importantes foram consideradas neste trabalho. O fato de o modelo estar contido apenas no plano sagital, inviabiliza o estudo do movimento da articulação do cotovelo fora deste plano, movimento que normalmente é realizado por um cadeirante na sua locomoção.

Outro fato importante a ser destacado é que as análises feitas nesse trabalho são baseadas apenas nas simulações preditivas encontradas por meio da técnica de controle ótimo, que apesar de trazer uma análise eficaz da capacidade das estratégias de controle em reduzirem os riscos de lesões dos membros superiores do usuário, são apenas uma aproximação do que seria a locomoção de um cadeirante em uma cadeira de rodas híbrida, ou uma cadeira de rodas manual sem assistência. Até o momento o protótipo está sendo desenvolvido por este grupo de pesquisa e não foi possível analisar na prática.

6 CONCLUSÃO

A cadeira de rodas é um meio de locomoção bastante utilizado por pessoas com deficiência motora, permitindo que executem suas atividades diárias sem a necessidade de outras pessoas. Porém, ela não é eficiente para o usuário em termos biomecânicos, pois necessita que o usuário exerça forças elevadas através dos seus membros superiores, ocasionando fadiga muscular e lesões musculares.

Por isso, surgiu um tipo de cadeira de rodas assistida que facilita o uso da cadeira de rodas, possuindo vantagens em relação à cadeira de rodas elétrica com assistência total, por possibilitar que o usuário exerça suas atividades físicas do seu dia a dia. A assistência normalmente é gerada por uma aplicação de um torque extra nas rodas traseiras dependente da força aplicada pela pessoa no aro de propulsão.

Estudou-se neste trabalho duas estratégias de controle. Uma estratégia definida por uma lei de controle inspirada no controle PD em malha fechada, e a segunda alterando aparentemente a inércia do sistema, o atrito viscoso e o atrito de Coulomb do modelo quatro-barras estudado. Notou-se neste estudo que o perfil do movimento dos membros superiores não se alterou, com a utilização destas estratégias, e ao mesmo tempo garantiu a redução dos torques articulares do ombro e do cotovelo. No trabalho de Curva (2017) diferentemente do acontecido neste estudo. O perfil do movimento dos membros superiores modificou, de acordo com o regime estudado, regime permanente ou regime transitório (chamado de corrida energética), dependendo da variação da velocidade do conjunto cadeira-usuário, que variou entre 0,9 m/s e 1,8 m/s e devido as alterações dos parâmetros do modelo de referência.

Foram definidas situações específicas para as análises dos efeitos que a assistência motora possui sobre a locomoção da cadeira de rodas, e, portanto, foram estudados dois tipos de cadeira de rodas, a cadeira de rodas híbrida e a cadeira de rodas manual sem assistência, e foram analisados como o conjunto cadeira-usuário se deslocaria em regime permanente, com uma velocidade média constante em 0,5 m/s e em regime transitório, onde o conjunto cadeira-usuário parte do repouso e ao final da fase de avanço atinge a velocidade de 0,5 m/s. As estratégias de controle foram testadas pela técnica de controle ótimo usando um modelo representativo do sistema dinâmico cadeira-usuário, formado por quatro barras articuladas que possuem vínculos cinemáticos na fase de propulsão. Na literatura existem poucos estudos sobre cadeira de rodas assistidas que utilizam o modelo quatro barras aplicado em malha fechada

A técnica de controle ótimo permitiu encontrar limites de desempenho para a cadeira de rodas assistida em malha aberta, de maneira a se comparar a efetividade das estratégias de controle, sem a necessidade da inclusão de um medidor de força acoplado no aro de propulsão, algo que vinha sendo estudado por este grupo de pesquisa. Além, da definição deste limite de desempenho foram analisados o comportamento dinâmico da cadeira de rodas manual sem assistência.

Os limites de desempenho e a análise feita sobre a cadeira de rodas manual sem assistência possibilitaram identificar quais são os melhores comportamentos da cadeira de rodas híbrida, servindo de limites inferiores e superiores, para as duas estratégias de controle.

Os efeitos da assistência motorizada em malha fechada na locomoção da cadeira de rodas foram verificados, a partir dos seguintes resultados: função custo, dinâmica dos momentos articulares, cinemática dos membros superiores, e em regime permanente a duração do ciclo para o deslocamento da cadeira de rodas.

Para ambas estratégias de controle e ambos regimes estudados notou-se que as funções custo diminuíram, quando a assistência do motor está ativa. Nota-se que, quanto maior for a contribuição da assistência do motor, menor será os esforços físicos do usuário. Esse aspecto pôde ser mais bem compreendido a partir dos resultados de porcentagens de redução das funções custos e pelos gráficos dos momentos articulares obtidos. Outro aspecto importante a ressaltar é que os torques articulares sofrem pouca variação na fase de retorno, com a existência da assistência ou não, porém essa pequena variação ajuda na diminuição da função custo.

A dinâmica da assistência do motor está diretamente ligada a velocidade da cadeira de rodas, por ser a variável mais acessível do sistema e o protótipo da cadeira de rodas já possuir um tacogerador.

Os resultados obtidos dos gráficos da cinemática do movimento e da cinemática dos membros superiores mostraram não haver grandes discrepância no perfil do movimento realizado pelo usuário, para locomover a cadeira de rodas para as análises feitas.

As durações do tempo de ciclo para longos percursos (regime permanente) indicaram que houve uma diminuição da cadência do movimento, e, portanto, uma frequência de repetições do movimento menor.

As reduções dos esforços físicos e o aumento do tempo do ciclo contribuem para atenuação dos riscos de lesões, já que as frequências de repetições do movimento e grandes momentos articulares provocam fadiga muscular e dores das articulações dos ombros e dos cotovelos.

A estratégia de controle baseada no *feedback linearization* proposta, que altera aparentemente os parâmetros da inércia, do atrito viscoso, do atrito de Coulomb, não precisa alterar a dinâmica do modelo cadeira-usuário, por meio de uma aproximação linear. Essa estratégia permite uma interação mais natural entre o usuário e a cadeira de rodas híbrida e permite uma interpretação e ajuste mais direto do grau ou intensidade da assistência.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

- a) O modelo de quatro barras é planar, obrigando as análises a serem feitas apenas no plano sagital. Tendo isso em vista uma melhoria deste trabalho pode ser a aplicação de um modelo expandido que consiga avaliar como a cadeira de rodas assistida se comportaria em curvas;
- b) A utilização de outras manobras de deslocamento da cadeira de rodas, além do sistema partindo do repouso e atingindo uma certa velocidade, e um deslocamento em regime permanente;
- c) O desenvolvimento de uma análise feita para a frenagem da cadeira de rodas;
- d) Modificar a dinâmica imposta ao motor.

REFERÊNCIAS

- ACKERMANN, M.; LEONARDI F.; COSTA H.; FLEURY A. Modeling and optimal control formulation for manual wheelchair locomotion: The influence of mass and slope on performance. **International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (2014 5th IEEE RAS & EMBS)**, São Paulo, Brazil, p. 1079-1084, 2014.
- ACKERMANN, M.; LEONARDI F.; COSTA H. A modeling frame work to investigate the radial component of the Pushrim force in manual wheelchair propulsion. **MATEC Web of Conferences**, Lisbon, Portugal, v.35, 02008, 2015.
- ALONSO, K.C.; AZEVEDO, E.R.F.B.M.; CACHO, E.W.; VAROTO, R.; JUNIOR, A.C. Avaliação cinemática da transferência de paraplégicos da cadeira de rodas. **Acta ortop. Bras.**, v.19, n. 6, p. 346-352,2011.
- AMANCIO, A.J.; **Estudo da influência das forças inerciais e das propriedades musculoesqueléticas na propulsão de cadeiras de rodas manuais**. 2016. 101 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Centro Universitário FEI, São Bernardo do Campo, 2016.
- AMANCIO, A.J.; LEONARDI, F.; FLEURY, A.T.; ACKERMANN, M. The influence of inertial forces on manual wheelchair propulsion. **Proceedings of the XVII Inertational Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DINAME 2017)**, São Paulo, Brazil, p. 459-469, 2017.
- ANDERSON, R. History of the wheelchair. **Ability Tools Weekly**, out. 2013. Disponível em: <<https://abilitytools.org/blog/history-of-the-wheelchair/>>. Acesso em: 07 março 2018.
- BERSH, R.; TONOLLI, J. Introdução à tecnologia assistiva. **Assistiva - Tecnologia e Educação**. Porto Alegre, 2017. Disponível em: <http://www.assistiva.com.br/Introducao_Tecnologia_Assistiva.pdf>. Acesso em: 07 março 2018.
- BONINGER, M.L.; SOUZA, A.L.; COOPER, R.A.; FITZGERALD, S.G.; KOONTZ, A.M.; FAY, B.T. Propulsion patterns and Pushrim biomechanics in manual wheelchair propulsion. **Arch Phys Med Rehabil**, v. 83, p.718-723, May 2002.
- COOPER, R.A.; QUATRANO, L.A.; AXELSON, P.W.; HARLAN, W. Research on physical activity and health among people with disabilities: a consensus statement. **Journal of Rehabilitation Research and Development**, v. 36(2), p.142, 1999.
- COOPER, R.A.; CORFMAN, T.A.; FITZGERALD, S.G.; BONINGER, M.L.; SPAETH, D.M.; AMMER, W.; ARVA, J. Performance assessment of pushrim-activated power-assisted wheelchair control system. Research on physical activity and health among people with disabilities: a consensus statement. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 10(1), p.121-126, Jan. 2002.
- CUERVA, V.I.; ACKERMANN, M.; LEONARDI F. A comparison of different assistance strategies in power assisted wheelchairs using an optimal control formulation. **Proceedings of**

the **Sixth IASTED International Conference Modeling, Simulation and Identification (MSI 2016)**, Campinas, Brazil, v. 840-42, 2016.

CUERVA, V.I. **Controle da locomoção assistida de cadeiras de rodas manuais por meio do controle de impedância: análise via controle ótimo**. 2017. 167 f. Tese (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Centro Universitário FEI, São Bernardo do Campo, 2017.

CUERVA, V.I.; ACKERMANN, M.; LEONARDI F. The influence of speed and slope angle on wheelchair propulsion patterns: an optimal control study. **24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering**, Curitiba, Brazil, p. 1154, 2017.

CUNHA, P. E. P. B. D; SANTOS, E. G. D.; GALHIANNE, J. P; IASBECH, Y. G. D. **Cadeira wheelie: cadeira de rodas controlada por EMG**. 2016. 58 f. Monografia (Graduação em Engenharia Automação e Controle) – Centro Universitário FEI, São Bernardo do Campo, 2016.

DELP, S.I.; FRANK, C.A.; ALLISON, S.A.; LOAN, P.; HABIB, A.; JOHN, C.T.; GUENDELMAN, E.; THELEN, D.G. OpenSim: open-source software to create and analyze dynamic simulations of movement. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, v. 54(11), p. 1940-1950, 2007.

GAGNON, D. H. Pushrim biomechanical changes with progressive increases in slope during motorized treadmill manual wheelchair propulsion in individuals with spinal cord injury. **Journal of Rehabilitation Research and Development**, Journal of Rehabilitation Research & Development, v. 51, n. 5, p. 789–802, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1682/JRRD.2013.07.0168>>.

GUILLOIN, B.; VAN-HECKE, G.; IDDIR, J.; PELLEGRINI, N.; BEGHOUL, N.; VAUGIER, I.; FIGÈRE, M.; PRADON, D.; LOFASO, F. Evaluation of 3 pushrim-activated power-assisted wheelchairs in patients with spinal cord injury. **Archives of physical medicine and rehabilitation**, v. 96(5), p. 894-904, 2015.

HEO, Y.; HONG, E.-P.; MUN, M.-S. Development of power add on drive wheelchair and its evaluation. In: **IEEE. 2013 9th Asian Control Conference (ASCC)**. Istanbul: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2013. p. 1–6.

HOLZBAUR, K.R.S.; MURRAY, W.M.; DELP, S.I. A model of upper extremity for simulating musculoskeletal surgery and analyzing neuromuscular control. **Annals of Biomedical Engineering**, v. 33(6), p. 829-840, 2005.

HWANG, S.-W.; LEE, C.-H.; BANG, Y. Power-assisted wheelchair with gravity compensation. In: **IEEE. Control, Automation and Systems (ICCAS), 2012 12th International Conference on**. JeJu Island: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2012. p. 1874–1877.

IBGE, Censo demográfico: Características gerais da população, religião e pessoas com deficiência, Rio de Janeiro, Brazil, 2010.

KLOOSTERMAN, M. G.; BUURKE, J. H; VRIES, W. DE. VAN DER WOUDE, L.H.V; RIETMAN, J.S. Effect of power-assisted hand-rim wheelchair propulsion on shoulder load in

experienced wheelchair users: A pilot study with an instrumented wheelchair. **Medical Engineering & Physics**, Elsevier BV, v. 37, n.10, p. 961-968, oct 2015. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.1016/j.medengphy.2015.07.004>>.

KLOOSTERMAN, M. G.; EISING, H.; SCHAAKE, L.; BUURKE, J.H.; RIETMAN, J.S. Comparison of shoulder load during power-assisted and purely hand-rim wheelchair propulsion. **Clinical Biomechanics**, v. 27, n. 5, p. 428–435, jun 2012.

KLOOSTERMAN, M. G.; SNOEK, G.J.; van der WOUDE, L.H.; BUURKE, J.H.; RIETMAN, J.S. A systematic review on the pros and cons of using a pushrim-activated power-assisted wheelchair. **Clinical Rehabilitation**, v. 27, n. 4, p. 299–313, sep 2013.

LEE, K.; LEE, C.; HWANG, S.; CHOI, J.; BANG, Y. Power-assisted wheelchair with gravity and friction compensation. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), v. 63, n. 4, p.2203–2211, apr 2016. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2016.2514357>>.

LENTON, J.P.; FOWLER, N.E.; WOUDE, L.H.V.; GOOSEY-TOLFREY, V.I. Wheelchair propulsion: effects of experience and push strategy on efficiency and perceived exertion. **Applied Physiology, Nutrition, and Metabolism**. v. 33(5), p. 870-879, 2008.

MATSUI, T.; FUJIMOTO, S.; YOSHIDA, K.; AKAGI, T. Development of power-assisted wheelchair with consideration of driving environment-dynamic estimation of slope angle and adaptive control system design. **International Journal of Materials Science and Engineering**, v. 3(1), p. 25-30, 2015.

MEDOLA, F. O.; PURQUERIO, B.M.; ELUI, V.M.C.; FORTULAN, C.A. Conceptual project of a servo-controlled power-assisted wheelchair. In: **5th IEEE RAS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics**. São Paulo: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2014. p.450–454.

MIZUTANI, N.; WATANABE, T.; YANO, K.; AOKI, T.; NISHIMOTO, Y., KOBAYASHI, Y. A wheelchair operation assistance control for a wearable robot using the user's residual function. In: **2013 IEEE 13th International Conference on Rehabilitation Robotics (ICORR)**. Seattle, WA: Institute of Electrical & Electronics Engineers (IEEE), 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1109/ICORR.2013.6650465>>.

MONTEIRO, S.J.; DELIJAICOV, S.; ACKERMANN, M.; LEONARDI, F. Impedance control for assistance in cargo handling. **24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering**. Curitiba, Brazil, 2017.

OH, S.; HORI, Y. Disturbance attenuation control for power-assist wheelchair operation on slopes. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 22, n. 3, p. 828–837, may 2014.

OH, S.; HORI, Y. Human-friendly motion control power-assisted wheelchair. In: **SPRINGER Tracts in Advanced Robotics**. [S.I.]: Springer Science e Business Media, p 339-369, 2015.

OMS, W. H. World report on disability. World Health Organization, 2011.

ROZENDAAL, L.; VEEGER, H.; WOUDE, L. van der. The push force pattern in manual wheelchair propulsion as a balance between cost and effect. **Journal of Biomechanics**, Elsevier BV, v. 36, n. 2, p. 239–247, feb 2003. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S0021-9290\(02\)00320-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0021-9290(02)00320-2)>.

RUTQUIST, Per E; EDVALL, M. M. Propt-matlab optimal control software. **Tomlab Optimization Inc**, v. 260, n.1, 2010.

SLACK, M. History of wheelchairs. **Wheelchair Information**, 2015. Disponível em: <<http://www.wheelchair-information.com/history-of-wheelchairs.html>>. Acesso em: 07 mar. 2018.

SCHIEHLEN, W. Multibody system dynamics: roots and perspectives. **Multibody System Dynamics**, v. 1, p. 149-188, 1997.

SHIBAYAMA, M.; ZHU, C.; SHUI, W. Development of an add-on driving unit for attendant propelled wheelchairs with sensorless power assistance. **ICIRA 2016 Proceedings, Part II, of the International Conference on Intelligent Robotics and Applications**. Tokyo, Japan, v.9835, p.168-178, 2016.

SLOWIK, J.S., REQUEJO, P.S., MULROY, S.J., NEPTUNE, R.R. The influence of speed and grade on wheelchair propulsion hand pattern. **Clinical Biomechanics**, v.30, No. 9, p. 927-932, 2015

VAN DER WOUDE, L.H.V.; VEEGER, H.E.J.; DALLMEIJER, A.J.; JANSSEN, T.W.J.; ROZENDAAL, L.A. Biomechanics and physiology in active manual wheel chair propulsion. **Med Eng Phys**. v. 23, p. 713-733.

WINTER, D.A. Biomechanics and motor control of human movement. **John-Wiley & Sons Inc**. New York, 4th ed., 2009.

WOUDE, L. H. van der.; VEEGER, H.E.J.; ROZENDAL, R.H.; van INGEN SCHENAU, G.J.; ROTH, F.; van NIEROP, P. Wheelchair racing: effects of rim diameter and speed on physiology and technique. **Med Sci Sports Exerc**, v. 20, p. 492–500, 1988.

WOUDE, L. H. van der.; VEEGER, H.E.J.; DALLMEIJER, A.J.; JANSSEN, T.W.J.; ROZENDAAL, L.A.; CRITCHLOW, A.J. Biomechanics and physiology in active manual wheelchair propulsion. **Medical Engineering & Physics**, v.23(10), p.713-733, 2001.

WOUDE, L. H. van der; GROOT, S. de; JANSSEN, T. W. Manual wheelchairs: Research and innovation in rehabilitation, sports, daily life and health. **Medical Engineering & Physics**, Elsevier, v. 28, n. 9, p. 905–915, nov 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.medengphy.2005.12.001>>.

**APÊNDICE A – CÓDIGOS EM MATLAB DO SISTEMA MULTICORPOS DA
CADEIRA DE RODAS ASSISTIDA**

A.1 EQUACIONAMENTO DE NEWTON-EULER

```

%% Equacionamento das equações do movimento

close all
clear all
clc

%% Definição da matriz Jacobiana

% Parâmetros
syms mB mA mR mC mR mM g R2 R1 gama phi
syms b B a A h v r R xG yG yG2 xc

% Momentos de inércia do braço, antebraço, roda e sistema
syms jB jA jR jM jS

% Coordenadas físicas (posição)
syms Ax Ay Bx By Cx Rx x be ni
syms Axd Ayd Bxd Byd Cxd Rxd

% Coordenadas generalizadas
syms alfa beta xo
syms alfad betad xod

% Número de coordenadas físicas
nc = 9;

% Número de restrições
nr = 6;

```

```

% Número de graus de liberdade
f = nc - nr;

Cx = xo + xc;
Bx = b*sin(beta)+xo;
By = -b*cos(beta);
Ax = B*sin(beta) + a*sin(alfa)+ xo;
Ay = -B*cos(beta) - a*cos(alfa);
Rx = xo + xc;

% Vetor posição em função das variáveis generalizadas
x = [ Cx;Bx; By; Ax; Ay; Rx; beta; alfa;-xo/R2];

% Vetor coordenadas generalizadas e sua derivada
q = [xo; beta; alfa];
qd = [xod; betad; alfad];

% % Cálculo do Jacobiana
J = jacobian(x,q)
% J = [diff(x,xo), diff(x,beta), diff(x,alfa)]

% Derivada do Jacobiana
for i = 1:f
    Jd(:,i) = jacobian(J(:,i),q)*qd;
end

%% Equação do Movimento a partir das equações de Newton/Euler

```

```
% Forças Vinculares e Externas
```

```
syms Fxo Fxc Fx Frx Fat Frr
```

```
syms Fyo Fyc Fy Fry FN Frp
```

```
% Momentos Vinculares e Externos
```

```
syms tauo tauc taum
```

```
Mbb = diag([mC mB mB mA mA (mR + mM) jB jA (jR + jM)]);
```

```
%% Equações finais no formalismo de Newton/Euler
```

```
% Matrix de massa
```

```
M = simplify(J.*Mbb*J)
```

```
% Vetor de forças generalizadas de Coriolis e centrífugas
```

```
k = simplify(J.*Mbb*Jd*qd)
```

```
%
```

```
% % Vetor de forças generalizadas não vinculares
```

```
Fe = [-Frr-mC*g*sin(ni);-mB*g*sin(ni); -mB*g*cos(ni); -Fx-mA*g*sin(ni); -mA*g*cos(ni)-  
Fy; Fx-(mR+ mM)*g*sin(ni); tauo-tauc; tauc - Fx*(A-a)*cos(alfa)-Fy*(A-a)*sin(alfa); -taum-  
Fx*R1*sin(pi-gama-phi)+Fy*R1*cos(pi-gama-phi)];
```

```
ke = simplify(J.*Fe)
```

A.2 CÓDIGO PRINCIPAL DO SISTEMA MULTICORPOS

```
close all
```

```
clc
```

```
clear all
```

close all

clc

clear all

% Parâmetros antropométricos e parâmetros da cadeira de rodas

hPes = 1.700; % [m] altura do indivíduo (1.700 m)

mP = 70; % [kg] massa total do sujeito

mWC = 12; % [kg] massa total da cadeira de rodas com rodas (6 kg p/ cadeira + 2x3
kg para rodas)

mR = (2*3); % [kg] massa das rodas da cadeira (3 kg para cada roda)

mA = 2*(0.020285*mP); % [kg] massa do antebraço (1.420 kg)

mB = 2*(0.026000*mP); % [kg] massa do braço (1.820 kg)

mC = (mP-mA-mB)+(mWC-mR); % [kg] massa do corpo sem braços e mãos + massa da
cadeira sem rodas (tronco + pernas + cabeça + cadeira da cadeira de rodas)

mC = 1*mC; % [kg] aumento de massa aparente

mCJ = mP + mWC; % [kg] massa do conjunto todo (corpo + 2 braços + 2 antebraços +
2 rodas + cadeira(6.000 kg))

R1 = 0.2794; % [m] raio do handrin (diâmetro de 22 polegadas = 0.5588 m)

R2 = 0.3048; % [m] raio da roda da cadeira (diâmetro de 24 polegadas = 0.6096 m)

A = (0.145000*hPes); % [m] comprimento do antebraço (0.2465 m)

B = (0.188000*hPes); % [m] comprimento do braço (0.3196 m)

a = (0.062353*hPes); % [m] distância do CG do antebraço # cotovelo (0.1060 m)

b = (0.081941*hPes); % [m] distância do CG do braço # ombro (0.1393 m)

jR = 2*(0.13954); % [kg*m^2] momento de inércia da roda (para 2 rodas)

```

jB = 2*(0.03534);    % [kg*m^2] momento de inércia do braço

jA = 2*(0.02680);    % [kg*m^2] momento de inércia do antebraço

g = 9.81;           % [m/s2] aceleração da gravidade

h = 0.05;           % [m] distância na horizontal do ombro até o eixo da roda

v = 0.73;           % [m] distância na vertical do ombro até o eixo da roda

ni = (0*pi/180);    % [rd] ângulo de inclinação da rampa

Froll = 15;         % [N] força de resistência ao rolamento

Td = 0.1;           % Tempo da constante derivativa

% Velocidade média

speed = 0.5; % [m/s]

% Duração máxima da fase 1

DT1max = 1.5; % [s] %<>

% Duração máxima da fase 2

DT2max = 1.5; % [s] %<>

% Estados

% beta - ângulo entre a vertical e o braço (positivo no sentido antihorário)

% alpha - ângulo entre a vertical e o antebraço (positivo no sentido antihorário)

% x - posição horizontal dos ombros horizontal position of shoulders

```

```

% betad - d/dt beta

% alphad - d/dt alpha

% xd - d/dt x

% Fx - força horizontal mão/aro de propulsão (apenas na fase 1))

% Fy - força vertical mão/aro de propulsão (apenas na fase 1))

% Controle

% tau_s - momento do ombro

% tau_e - momento do cotovelo

% tau_m - momento do motor

%% Especificação dos números de nos em cada fase

nn1 = 51; % número de nos na fase 1

nn2 = 51; % número de nos na fase 2

%% Definição das variáveis independente, e fase:

% Fase 1: Fase de propulsão

toms t1 tf1 kp1 kd1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

phase1 = tomPhase('phase1', t1, 0, tf1, nn1);

% Fase 2: fase de retorno

```

```

toms t2 tf2 kp2 kd2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

phase2 = tomPhase('phase2', t2, tf1, tf2-tf1, nn2);

setPhase(phase1);

tomStates x1 beta1 alpha1 xd1 betad1 alphas1 Fx Fy e1 n1
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

tomControls tau_s1 tau_e1 tau_m1

q1 = [x1; beta1; alpha1]; % Vetor coordenadas generalizadas
qd1 = [xd1; betad1; alphas1]; % Vetor das velocidades generalizadas

setPhase(phase2);

tomStates x2 beta2 alpha2 xd2 betad2 alphas2 e2 n2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

tomControls tau_s2 tau_e2 tau_m2

q2 = [x2; beta2; alpha2]; % Vetor coordenadas generalizadas
qd2 = [xd2; betad2; alphas2]; % Vetor das velocidades generalizadas

%% Definição da lista de estados Define a list of states

% Lower and upper bounds on states

setPhase(phase1)

cbox1 = {

    0.1 <= tf1 <= DT1max

```

```

-pi/2 <= icollocate(beta1) <= pi/2

-pi/2 <= icollocate(alpha1) <= pi

-10*pi <= icollocate(betad1) <= 10*pi

-10*pi <= icollocate(alphad1) <= 10*pi

-300 <= icollocate(Fx) <= 300

-200 <= icollocate(Fy) <= 200

0 <= icollocate(e1) <= 5
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

};

setPhase(phase2)

cbox2 = {

    tf1 <= tf2 <= DT1max+DT2max

    -pi/2 <= icollocate(beta2) <= pi/2

    -pi/2 <= icollocate(alpha2) <= pi

    -10*pi <= icollocate(betad2) <= 10*pi

    -10*pi <= icollocate(alphad2) <= 10*pi

    0 <= icollocate(e2) <= 5
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

};

```

% Condições iniciais e finais (para o instante de contanto da mão com o aro de propulsão)

phi = 70*pi/180; % [rd] ângulo entre a horizontal e a direção inicial da posição da mão

gammaf = 50*pi/180; % [rd] ângulo entre a direção inicial e final da posição da mão no aro de propulsão

```
x1_f = gammaf*R2;
```

```
x1_0 = 0;
```

```
%% Chute inicial a partir de simulações anteriores
```

```
ini = 'wheelchair_ni0_Froll15_nn40_v05.mat';
```

```
load(ini)
```

```
setPhase(phase1)
```

```
x10 = {tf1 == opt.tf1
```

```
icollocate({
```

```
  x1 == interp1p(opt.t1,opt.x1,t1)
```

```
  beta1 == interp1p(opt.t1,opt.beta1,t1)
```

```
  alpha1 == interp1(opt.t1,opt.alpha1,t1)
```

```
  xd1 == interp1p(opt.t1,opt.xd1,t1)
```

```
  betad1 == interp1p(opt.t1,opt.betad1,t1)
```

```
  alphad1 == interp1p(opt.t1,opt.alphad1,t1)
```

```
  Fx == interp1p(opt.t1,opt.Fx,t1)
```

```
  Fy == interp1p(opt.t1,opt.Fy,t1)
```

```
  e1 == 10
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
}});
```



```
setPhase(phase2)
```

```
x20 = {x20
```

```
    collocate(tau_s2 == interp1p(opt.t2,opt.tau_s2,t2))
```

```
    collocate(tau_e2 == interp1p(opt.t2,opt.tau_e2,t2))
```

```
    collocate(tau_m2 == 0)
```

```
    collocate(kp2 == 69)
```

```
    collocate(kd2 == 1)
```

```
};
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
%% Restrições
```

```
% Limites inferiores e superiores para as variáveis de controle
```

```
setPhase(phase1)
```

```
cbox1 = {cbox1
```

```
    -200 <= collocate(tau_s1) <= 200
```

```
    -200 <= collocate(tau_e1) <= 200
```

```
    -37.62 <= collocate(tau_m1) <= 37.62 };
```

```
setPhase(phase2)
```

```
cbox2 = {cbox2
```

```
    -200 <= collocate(tau_s2) <= 200
```



```

%          collocate(kp1 == 0)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

          collocate(kd1 == kd2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%          collocate(kd1 == 0)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

          collocate(tau_m2 == kp2*xd2+(kd2/Td)*(xd2-n2))
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

}; %<

% Restrição limite inicial e final para os estados

setPhase(phase1)

cbnd1 = { initial({x1 == 0; xd1 == 0; e1 == 0}) %%%%%%%%%% e1(i)=0
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

          final({x1 == x1_f; xd1 == 0.5    }) }; %<

          setPhase(phase2)

          cbnd2 = { initial({x2 == x1_f; xd2 == 0.5})

%

          }; %%%%%%%%%% ub=50.2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Link entre as duas fases

link = {final(phase1,x1) == initial(phase2,x2)

```

```

final(phase1,beta1) == initial(phase2,beta2)

final(phase1,alpha1) == initial(phase2,alpha2)

initial(phase2,xd2) == final(phase1,xd1)

final(phase1,betad1) == initial(phase2,betad2)

final(phase1,alphad1) == initial(phase2,alphad2)

final(phase1,n1) == initial(phase2,n2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

final(phase1,e1) == initial(phase2,e2)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

final(phase2,alpha2) == initial(phase1,alpha1) %<>

final(phase2,beta2) == initial(phase1,beta1) %<>

};

% Função Objetivo

objective = ( 1*integrate(phase1, tau_s1^2) + ...

    1*integrate(phase1, tau_e1^2) + ...

    1*integrate(phase2, tau_s2^2) + ...

    1*integrate(phase2, tau_e2^2) );

%% Build the .m files and general TOMLAB problem

% Directly

```



```

kd1 = subs(icollocate(phase1,kd1),solution);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

opt.beta1 = subs(icollocate(phase1,beta1),solution);

opt.alpha1 = subs(icollocate(phase1,alpha1),solution);

opt.xd1 = subs(icollocate(phase1,xd1),solution);

opt.betad1 = subs(icollocate(phase1,betad1),solution);

opt.alphad1 = subs(icollocate(phase1,alphad1),solution);

opt.Fx = subs(icollocate(phase1,Fx),solution);

opt.Fy = subs(icollocate(phase1,Fy),solution);

opt.tau_s1 = subs(icollocate(phase1,tau_s1),solution);

opt.tau_e1 = subs(icollocate(phase1,tau_e1),solution);

tau_m1 = subs(icollocate(phase1,tau_m1),solution);

opt.tf2 = subs(tf2,solution);

opt.t2 = subs(icollocate(phase2,t2),solution);

opt.x2 = subs(icollocate(phase2,x2),solution);

opt.beta2 = subs(icollocate(phase2,beta2),solution);

opt.alpha2 = subs(icollocate(phase2,alpha2),solution);

opt.xd2 = subs(icollocate(phase2,xd2),solution);

opt.betad2 = subs(icollocate(phase2,betad2),solution);

opt.alphad2 = subs(icollocate(phase2,alphad2),solution);

opt.tau_s2 = subs(icollocate(phase2,tau_s2),solution);

opt.tau_e2 = subs(icollocate(phase2,tau_e2),solution);

tau_m2 = subs(icollocate(phase2,tau_m2),solution);

```

```

kp2 = subs(icollocate(phase2,kp2),solution);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

kd2 = subs(icollocate(phase2,kd2),solution);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

opt.objective = subs(objective,solution);

opt.nn1 = nn1;

opt.nn2 = nn2;

opt.speed = speed;

opt.ni = ni;

% Determinar o comprimento total da perna (não constante no artigo do Rovick (1988)

opt.e = [opt.e1; opt.e2];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

opt.n = [opt.n1; opt.n2];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

opt.t = [opt.t1; opt.t2];

opt.x = [opt.x1; opt.x2];

opt.beta = [opt.beta1; opt.beta2];

opt.alpha = [opt.alpha1; opt.alpha2];

opt.xd = [opt.xd1; opt.xd2];

opt.betad = [opt.betad1; opt.betad2];

```

```

opt.alphad = [opt.alphad1; opt.alphad2];

opt.tau_s = [opt.tau_s1; opt.tau_s2];

opt.tau_e = [opt.tau_e1; opt.tau_e2];

tau_m = [tau_m1; tau_m2];

x = tau_m(:,1);

T = opt.t(:,1);

%% Amostragem uniforme

t = linspace( T(1), T(end), length(T) );

y = interp1(T,x,t);

Fs = 1/( t(2)-t(1) );           % frequência de amostragem

%% Projeto do filtro

F = 6;                          % frequência de corte em Hz

[b,a] = butter(2,F/Fs,'low');

%% Filtragem do sinal

tau_m_ = filtfilt(b,a,y);

%% Figuras da cinemática

figure(1)

hold on

plot(opt.t,opt.beta*180/pi,'--b','LineWidth',3)

```



```

hold on

plot(opt.t,opt.x,'-b','LineWidth',3)

plot(opt.t,opt.xd,'-r','LineWidth',3)

legend('x ','xd')

grid on

box on

% hold off

%% Energia %%%%%%%%%%
figure(5)

subplot(2,1,1)

hold on

plot(opt.t,opt.e,'-b','LineWidth',3)

hold off

legend('energia')

grid on

box on

subplot(2,1,2)

hold on

plot(opt.t,tau_m.*opt.xd/R2,'-r','LineWidth',3)

hold off

legend('potencia')

grid on

```

box on

```
%% Stick figure
```

```
% Shoulder position
```

```
rsx = 0*opt.t;
```

```
rsy = 0*opt.t;
```

```
% Elbow position
```

```
rex = B*sin(opt.beta);
```

```
rey = -B*cos(opt.beta);
```

```
% Hand position
```

```
rhx = B*sin(opt.beta) + A*sin(opt.alpha);
```

```
rhy = -B*cos(opt.beta) - A*cos(opt.alpha);
```

```
% Rim Position
```

```
rrx = h + R1*cos(pi - phi - opt.x/R2);
```

```
rry = -v + R1*sin(pi - phi - opt.x/R2);
```

```
% Interpolate results for snapshots
```

```
n_shots = 20;
```

```
time = opt.t1(1):(opt.t2(end)-opt.t1(1))/n_shots:opt.t2(end);
```

```
rsx_int = interp1(opt.t, rsx, time);  
rsy_int = interp1(opt.t, rsy, time);  
rex_int = interp1(opt.t, rex, time);  
rey_int = interp1(opt.t, rey, time);  
rhx_int = interp1(opt.t, rhx, time);  
rhy_int = interp1(opt.t, rhy, time);  
rrx_int = interp1(opt.t, rrx, time);  
rry_int = interp1(opt.t, rry, time);  
  
% Stick-figures  
  
figure  
  
hold on  
  
for i = 1:length(time)  
    plot([rsx_int(i) rex_int(i)],[rsy_int(i) rey_int(i)],'r'); % arm  
    plot([rex_int(i) rhx_int(i)],[rey_int(i) rhy_int(i)],'k'); % forearm  
    plot(rrx_int(i),rry_int(i),'og'); % rim position  
  
end  
  
% plot([-1 1],[0 0]); % wheelrim  
  
axis equal  
  
hold off  
  
box on  
  
% Save solution (file name result_ang??_bf??_ini?.mat)
```

```
filename = 'test.mat';

% filename = 'wheelchair_ni20_Froll15_mC025_nn40_v05_scaled.mat';

save(filename,'solution','opt');
```

A.3 CÓDIGO DA FUNÇÃO DA FASE DE PROPULSÃO

```
function [A1, rhs1] = propulsion(z,tau,phi)

% Retorna o lado esquerdo (A1*[q1;qd1;Fx;Fy]) e direito (rhs1) da equações
% do movimento do modelo de locomoção da cadeira de rodas na fase 1. Modelo derivado em
% model_wheelchair.m (A1*[q1;qd1;Fx;Fy] = rhs1)

% Entradas:

% Estados: z = [q1; qd1; Fx; Fy]

% q1 = [x1 beta1 alfa1]

% qd1 = [xd1 betad1 alfad1]

% controles: tau = [tau_m1; tau_o1; tau_c1]

% phi - orientação inicial da roda dado pela posição inicial da mão

% Última modificação: 05/01/2018 (por Maurício Martins)

% Antropometria e parâmetros da cadeira de rodas

hPes = 1.700;      % [m] altura do indivíduo (1.700 m)

mP = 70;          % [kg] massa total do sujeito

mWC = 12;         % [kg] massa total da cadeira de rodas com rodas (6 kg p/ cadeira + 2x3
kg para rodas)

mM = 2*6.1;      % [kg] massa do motor (6.1 kg para cada roda)

mR = (2*3);      % [kg] massa das rodas da cadeira (3 kg para cada roda)

mA = 2*(0.020285*mP); % [kg] massa do antebraço (1.420 kg)

mB = 2*(0.026000*mP); % [kg] massa do braço (1.820 kg)

mC = (mP-mA-mB)+(mWC-mR); % [kg] massa do corpo sem braços e mãos + massa da
cadeira sem rodas (tronco + pernas + cabeça + cadeira da cadeira de rodas)
```

$mC = 1 * mC;$ % [kg] aumento de massa aparente

$mCJ = mP + mWC;$ % [kg] massa do conjunto todo (corpo + 2 braços + 2 antebraços + 2 rodas + cadeira(6.000 kg))

$R1 = 0.2794;$ % [m] raio do handrin (diâmetro de 22 polegadas = 0.5588 m)

$R2 = 0.3048;$ % [m] raio da roda da cadeira (diâmetro de 24 polegadas = 0.6096 m)

% $R3 = 0.02;$ % [m] raio do cubo da roda

$A = (0.145000 * hPes);$ % [m] comprimento do antebraço (0.2465 m)

$B = (0.188000 * hPes);$ % [m] comprimento do braço (0.3196 m)

$a = (0.062353 * hPes);$ % [m] distância do CG do antebraço # cotovelo (0.1060 m)

$b = (0.081941 * hPes);$ % [m] distância do CG do braço # ombro (0.1393 m)

$jM = 2 * (0.068625)$ % [kg*m²] momento de inércia do motor (para 2 rodas)

$jR = 2 * (0.13954);$ % [kg*m²] momento de inércia da roda (para 2 rodas)

$jB = 2 * (0.03534);$ % [kg*m²] momento de inércia do braço

$jA = 2 * (0.02680);$ % [kg*m²] momento de inércia do antebraço

$g = 9.81;$ % [m/s²] aceleração da gravidade

$h = 0.05;$ % [m] distância na horizontal do ombro até o eixo da roda

$v = 0.73;$ % [m] distância na vertical do ombro até o eixo da roda

$ni = (0 * pi / 180);$ % [rd] ângulo de inclinação da rampa

$Frr = 15;$ % [N] força do rolamento

% $Frr = 0;$ % [N] força do rolamento

$x = z(1);$

$beta = z(2);$

$alfa = z(3);$

$xd = z(4);$

$betad = z(5);$

$alfad = z(6);$

$gama = x / R2;$

% Matriz de massa

```
M1 = [ mA + mB + mC + mR + mM + (jR+jM)/R2^2, cos(beta)*(B*mA + b*mB),
a*mA*cos(alfa);
      cos(beta)*(B*mA + b*mB), mA*B^2 + mB*b^2 + jB, B*a*mA*cos(alfa - beta);
      a*mA*cos(alfa), B*a*mA*cos(alfa - beta), mA*a^2 + jA];
```

% Lado direito da equações do movimento

```
% M1*qdd = ke1 + G*[Fx; Fy] + H*[tau_o; tau_c; tau_m] - k
```

```
% [M1; -G]([qdd;Fx;Fy] = ke1 + H*tau - k
```

```
ke1 = [-Frr-g*sin(ni)*(mA + mB + mC + mR + mM);
      -g*sin(beta + ni)*(B*mA + b*mB);
      -a*g*mA*sin(alfa + ni)];
```

```
G = [ (R1*sin(gama + phi))/R2, (R1*cos(gama + phi))/R2;
      -B*cos(beta), -B*sin(beta);
      -A*cos(alfa), -A*sin(alfa)];
```

```
H = [ 1, 0, 0;
      0, 1, -1;
      0, 0, 1];
```

```
k = [- a*mA*sin(alfa)*alfad^2 - betad*(B*betad*mA*sin(beta) + b*betad*mB*sin(beta));
      -B*a*alfad^2*mA*sin(alfa - beta);
      B*a*betad^2*mA*sin(alfa - beta)];
```

% Lado esquerdo da matriz

```
A1 = [M1, -G];
```

```
% Lado direito
rhs1 = ke1 + H*tau - k;
```

```
end
```

A.4 CÓDIGO DA FUNÇÃO DA FASE DE RETORNO

```
function [M2, rhs2] = recovery(z,tau)
% Retorna a matriz de massa M2 e o lado direito das equações do movimento rhs2
% modelo da locomoção da cadeira de rodas na fase 2. Modelo derivado em
% model_wheelchair.m (M*qdd + k = ke)
% Entradas:
% estados: z = [q2; qd2]
% q2 = [x2 beta2 alfa2]
% qd2 = [xd2 betad2 alfad2]
% controles: tau = [tau_m2;tau_o2; tau_c2]
% Última modificação: 05/01/2018 (por Maurício Martins)

% Antropometria e parâmetros da cadeira de rodas
hPes = 1.700;      % [m] altura do indivíduo (1.700 m)
mP = 70;          % [kg] massa total do sujeito
mWC = 12;        % [kg] massa total da cadeira de rodas com rodas (6 kg p/ cadeira + 2x3
kg para rodas)
mM = 2*6.1;      % [kg] massa do motor (6.1 kg para cada roda)
mR = (2*3);      % [kg] massa das rodas da cadeira (3 kg para cada roda)
mA = 2*(0.020285*mP); % [kg] massa do antebraço (1.420 kg)
mB = 2*(0.026000*mP); % [kg] massa do braço (1.820 kg)
mC = (mP-mA-mB)+(mWC-mR);% [kg] massa do corpo sem braços e mãos + massa da
cadeira sem rodas (tronco + pernas + cabeça + cadeira da cadeira de rodas)
mC = 1*mC;      % [kg] aumento de massa aparente
```

$m_{CJ} = m_P + m_{WC};$ % [kg] massa do conjunto todo (corpo + 2 braços + 2 antebraços + 2 rodas + cadeira(6.000 kg))

$R1 = 0.2794;$ % [m] raio do handrin (diâmetro de 22 polegadas = 0.5588 m)

$R2 = 0.3048;$ % [m] raio da roda da cadeira (diâmetro de 24 polegadas = 0.6096 m)

% $R3 = 0.02;$ % [m] raio do cubo da roda

$A = (0.145000 * h_{Pes});$ % [m] comprimento do antebraço (0.2465 m)

$B = (0.188000 * h_{Pes});$ % [m] comprimento do braço (0.3196 m)

$a = (0.062353 * h_{Pes});$ % [m] distância do CG do antebraço # cotovelo (0.1060 m)

$b = (0.081941 * h_{Pes});$ % [m] distância do CG do braço # ombro (0.1393 m)

$j_M = 2 * (0.068625)$ % [kg*m²] momento de inércia do motor (para 2 rodas)

$j_R = 2 * (0.13954);$ % [kg*m²] momento de inércia da roda (para 2 rodas)

$j_B = 2 * (0.03534);$ % [kg*m²] momento de inércia do braço

$j_A = 2 * (0.02680);$ % [kg*m²] momento de inércia do antebraço

$g = 9.81;$ % [m/s²] aceleração da gravidade

$h = 0.05;$ % [m] distância na horizontal do ombro até o eixo da roda

$v = 0.73;$ % [m] distância na vertical do ombro até o eixo da roda

$n_i = (0 * \pi / 180);$ % [rd] ângulo de inclinação da rampa

$F_{rr} = 15;$ % [N] força do rolamento

% $F_{rr} = 0;$ % [N] força do rolamento

$x = z(1);$

$\beta = z(2);$

$\alpha = z(3);$

$x_d = z(4);$

$\beta_{ad} = z(5);$

$\alpha_{ad} = z(6);$

$\gamma = x / R2;$

% Matriz de massa

```

M2 = [ mA + mB + mC + mR + mM + (jM+jR)/R2^2, cos(beta)*(B*mA + b*mB),
a*mA*cos(alfa);
      cos(beta)*(B*mA + b*mB), mA*B^2 + mB*b^2 + jB, B*a*mA*cos(alfa - beta);
      a*mA*cos(alfa), B*a*mA*cos(alfa - beta), mA*a^2 + jA];

```

```

% Lado direito das equações do movimento
% rhs2 = ke - k
% rhs2 = ke1 + G*F + H*tau - k
% onde: F = [Fx; Fy]; tau = [tau_s; tau_e]
ke1 = [-Frr-g*sin(ni)*(mA + mB + mC + mR + mM);
      -g*sin(beta + ni)*(B*mA + b*mB);
      -a*g*mA*sin(alfa + ni)];

```

```

% G = [ sin(gama + phi), cos(gama + phi);
%      -B*cos(beta), -B*sin(beta);
%      -cos(alfa)*(A - a) - a*cos(alfa), -sin(alfa)*(A - a) - a*sin(alfa)];

```

```

H = [ 1, 0, 0;
      0, 1, -1;
      0, 0, 1];

```

```

k = [- a*mA*sin(alfa)*alfad^2 - sin(beta)*(B*mA + b*mB)*betad^2;
      -B*a*alfad^2*mA*sin(alfa - beta);
      B*a*betad^2*mA*sin(alfa - beta)];

```

```

% rhs2 = ke1 + G*[Fx; Fy] + H*[tau_s; tau_e] - k, com mas Fx = Fy = 0
rhs2 = ke1 + H*tau - k;
end

```